

Michał Knauff
Bartosz Grzeszykowski
Agnieszka Golubińska

Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych

elementy ściskane

zeszyt 2



PWN



Stal zbrojeniowa **EPSTAL**[®] Właściwości i dane do projektowania

Gatunek stali	Średnica nominalna	Nominalna powierzchnia przekroju poprzecznego	Masa nominalna 1 m*
	[mm]	[mm ²]	[kg/m]
B500SP	8	50,30	0,40
	10	78,50	0,62
	12	113,00	0,89
	14	153,94	1,21
	16	201,00	1,58
	20	314,00	2,47
	25	491,00	3,85
	28	615,75	4,83
	32	804,00	6,31
	40	1256,64	9,86

Parametry wytrzymałościowe		
Parametr	Opis	Wartość
f_{yk}	Charakterystyczna granica plastyczności	≥ 500 [MPa]
f_{tk}	Charakterystyczna wytrzymałość na rozciąganie	≥ 575 [MPa]
f_{tk} / f_{yk}	Stosunek wytrzymałości na rozciąganie do granicy plastyczności	1,15 + 1,35 [-]
E_{uk}	Wydłużenie próbki pod maksymalnym obciążeniem	≥ 8 [%]

* Masa obliczona na podstawie ciężaru objętościowego stali 7850 kg/m³

Średnica [mm]	Pole przekroju [cm ²]	Przekrój zbrojenia w cm ² /m w zależności od rozstawu prętów				
		10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
8	0,503	5,03	3,35	2,51	2,01	1,68
10	0,785	7,85	5,24	3,93	3,14	2,62
12	1,13	11,13	7,54	5,65	4,52	3,77
14	1,54	15,40	10,27	7,70	6,16	5,13
16	2,01	20,11	13,4	10,05	8,04	6,7
20	3,14	31,42	20,94	15,71	12,57	10,47
25	4,91	49,09	32,72	24,54	19,63	16,36
28	6,16	61,60	41,07	30,80	24,64	20,53
32	8,04	80,42	53,62	40,21	32,17	26,81
40	12,57	125,7	83,8	62,85	50,28	41,9

Średnica [mm]	Przekrój zbrojenia w cm ² w zależności od ilości prętów									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	0,5	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,5	6,28	7,07	7,85
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,85	15,39
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,1	20,11
20	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
25	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
28	6,16	12,32	18,47	24,63	30,79	36,95	43,10	49,26	55,42	61,58
32	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,3	64,34	72,38	80,42
40	12,57	25,13	37,70	50,27	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10	125,66

Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych

Michał Knauff
Bartosz Grzeszykowski
Agnieszka Golubińska

Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych

elementy ściskane

zeszyt 2

Projekt okładki i stron tytułowych **Przemysław Spiechowski**

Ilustracja na okładce **Angelo Gilardelli/Shutterstock**

Wydawca **Karol Zawadzki**

Koordinator ds. redakcji **Renata Ziółkowska**

Redaktor **Agnieszka Grabarczyk**

Produkcja **Mariola Grzywacka**

Łamanie **Ewa Szelatyńska, ScanSystem.pl**

Specjalista ds. Kluczowych Klientów **Agnieszka Borzęcka**
(Agnieszka.Borzecka@pwn.pl)

Recenzent monografii **dr hab. inż. Tadeusz Urban**, prof. Politechniki Łódzkiej

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujemy cudzą własność i prawo
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2016

ISBN 978-83-01-18314-1

Wydanie pierwsze – 2 dodruk
Warszawa 2018

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2
tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288
infolinia 801 33 33 88
e-mail: pwn@pwn.com.pl; reklama@pwn.pl
www.pwn.pl

Druk i oprawa: LIBRA PRINT Daniel Puławski

Spis treści

Podstawowe oznaczenia	VII
1. Wstęp	1
2. Ogólne zasady projektowania elementów ściskanych	5
2.1. Krzywe interakcji	5
2.2. Imperfekcje	8
2.3. Wpływ efektów drugiego rzędu	9
2.4. Krytyczne pary siła-moment (n, m) i moment ekwiwalentny	9
2.5. Projektowanie elementu ze względu na wiele par (n, m)	11
2.6. Projektowanie zbrojenia z wykorzystaniem wykresów interakcji	12
2.7. Projektowanie zbrojenia za pomocą arkusza kalkulacyjnego BG	12
3. Algorytmy i przykłady obliczeń z zastosowaniem wykresów interakcji	14
3.1. Algorytmy AP – szablony tablic A, B, C i objaśnienia	14
3.2. Przekroje prostokątne – algorytmy AP1 i AP2	17
3.3. Przekroje kołowe – algorytm AP3	32
3.4. Ukośne zginanie	34
3.5. Wykaz przykładów i omówienie wyników	52
4. Wykresy interakcji	54
5. Opis arkuszy kalkulacyjnych BG i przykłady obliczeń	76
5.1. Zasady posługiwania się arkuszami	76
5.2. Przykłady obliczeń – przekroje prostokątne	84
5.3. Przykłady obliczeń – przekroje kołowe i pierścieniowe	85
5.4. Przykłady obliczeń – przekroje teowe	86
6. Tradycyjne metody obliczania zbrojenia	96
6.1. Wzory do obliczania pola przekroju zbrojenia metodą tradycyjną	96
6.2. Przykłady obliczeń	99

7. Metoda nominalnej krzywizny w algorytmach AP i w arkuszach BG	101
7.1. Oznaczenia i podstawowe wzory	101
7.2. Obliczanie granicznej krzywizny	102
7.3. Wpływ pełzania betonu	104
7.4. Względny moment m_2 w algorytmach AP	105
7.5. Wpływ niedoskonałości kształtu	107
7.6. Minimalne i maksymalne zbrojenie i minimalny mimośród	112
8. Wpływ efektów drugiego rzędu na momenty zginające	113
8.1. Zasady ogólne	113
8.2. Metody uproszczone	115
8.3. Metody analizy konstrukcji, globalne i lokalne efekty drugiego rzędu	120
8.4. Pomijanie wpływu efektów drugiego rzędu	123
8.5. Zasady konstruowania słupów i otulenie zbrojenia	124
Literatura	128

Podstawowe oznaczenia

Duże litery

A	– pole przekroju poprzecznego
A_c	– pole przekroju betonu
A_s, A_{s1}, A_{s2}	– pole przekroju zbrojenia, pole przekroju zbrojenia w pierwszej grupie i w drugiej grupie
$A_{s,min}$	– minimalne pole przekroju zbrojenia
$C_{\lambda\varphi}$	– współczynnik zależny od λ i φ_{ef}
D_1, D_2	– średnica zewnętrzna i wewnętrzna przekroju pierścieniowego (w arkuszu kalkulacyjnym nr 4)
E_c	– moduł sprężystości betonu; ogólnie (w normach przyjmuje wartości E_{cm} lub $E_{c,eff}$)
E_{cm}	– sieczny moduł sprężystości betonu
E_s	– moduł sprężystości stali
F	– siła równa $A_c f_{cd}$
H_i	– siła pozioma wywołana nachyleniem konstrukcji
H	– średnica przekroju kołowego (D_1 w arkuszu kalkulacyjnym nr 4)
J	– moment bezwładności przekroju
M	– moment zginający
M_{Ed} (w [N2] M_{Sd})	– obliczeniowy moment zginający (SGN lub SGU, zależnie od kontekstu)
M_{Edy}, M_{Edz}	– obliczeniowe momenty zginające

VIII ■ Podstawowe oznaczenia

$M_{0Ed}, M_{0Edy}, M_{0Edz}$	– momenty zginające według teorii I rzędu obliczone z uwzględnieniem wpływu imperfekcji kształtu konstrukcji (SGN)
M_{0y}, M_{0z}	– momenty wynikające z obliczeń statycznych bez uwzględnienia wpływu imperfekcji (SGN)
$M_{y,imp}, M_{z,imp}$	– momenty zginające wywołane przez imperfekcje (SGN)
M_{0Eqp}	– moment zginający I rzędu wywołany <i>quasi</i> -stałą kombinacją obciążeń (SGU)
M_{Rd}	– obliczeniowy moment graniczny miarodajny do sprawdzania SGN
M_2	– przyrost momentu zginającego wywołany efektami drugiego rzędu
$M_{Rd1(+)}$	– większy z dwóch obliczeniowych momentów granicznych (w arkuszu kalkulacyjnym)
$M_{Rd2(-)}$	– mniejszy z dwóch obliczeniowych momentów granicznych (w arkuszu kalkulacyjnym)
N	– siła podłużna
N_{Ed} (w [N2] N_{Sd})	– obliczeniowa siła podłużna (SGN lub SGU, zależnie od kontekstu)
RH	– wilgotność względna panująca w otoczeniu elementu
SGN	– stan graniczny nośności (ULS – ang. <i>ultimate limit state</i>)
SGU	– stan graniczny użyteczności (SLS – ang. <i>serviceability limit state</i>)

Małe litery

a	– odległość od wypadkowej siły w grupie prętów zbrojenia do krawędzi przekroju
a	– wykładnik potęgi we wzorze dotyczącym ukośnego zginania
a_1, a_2	– odległości od krawędzi przekroju do wypadkowej siły w zbrojeniach A_{s1} i A_{s2}
b	– szerokość przekroju
c	– grubość otulenia zbrojenia
c	– współczynnik, na ogół równy 10, we wzorze na przyrost mimośrodowo wywołany efektami drugiego rzędu
d	– wysokość użyteczna przekroju

e	– mimośród
e_{\min}	– mimośród minimalny
e_i	– mimośród wywołany imperfekcjami
$f_c, f_{ck}, f_{cd}, f_{cm}$	– wytrzymałość betonu na ściskanie: w sensie ogólnym, wartość charakterystyczna, wartość obliczeniowa, wartość średnia
f_{yk}, f_{yd}	– wartość charakterystyczna, wartość obliczeniowa granicy plastyczności stali
h	– wysokość przekroju
i	– promień bezwładności przekroju (niezarysowanego, bez zbrojenia)
l_0	– efektywna długość elementu
m, m_{Ed}, m_{Rd}	– względne wartości momentów M, M_{Ed} i M_{Rd} , tzn. wartości tych momentów podzielone przez $A_c h f_{cd}$ (w przekrojach kołowych – $A_c H f_{cd}$)
n	– względna wartość siły N równa $N/A_c f_{cd}$
n_{bal}	– wartość n , dla której otrzymuje się największy moment m ; według [N1] można przyjmować $n_{\text{bal}} = 0,4$
n_u	– wartość siły N podzielona przez sumę nośności betonu i zbrojenia $N/(A_c f_{cd} + A_s f_{yd})$
x	– zasięg strefy, w której beton ulega skróceniu

Małe litery greckie

α	– względna siła graniczna w zbrojeniu: $\alpha = (A_s f_{yd})/(A_c f_{cd})$
γ_C	– współczynnik bezpieczeństwa stosowany dla betonu
γ_S	– współczynnik bezpieczeństwa stosowany dla stali
δ	– względna odległość sił w zbrojeniach A_{s1} i A_{s2} od krawędzi przekroju
ϕ	– średnica pręta zbrojenia
η	– współczynnik korygujący wytrzymałość obliczeniową betonu stosowany przy aproksymacji prostokątem wykresu naprężeń w betonie
θ_i	– kąt nachylenia konstrukcji wywołany imperfekcją
λ	– smukłość
λ	– stosunek zasięgu strefy naprężeń ściskających do zasięgu strefy skróceń stosowany przy aproksymacji prostokątem wykresu naprężeń w betonie

X ■ Podstawowe oznaczenia

ξ	– względny zasięg strefy, w której beton ulega skróceniu (x/h)
ξ_{lim}	– graniczna wartość ξ
ρ	– stopień zbrojenia
ρ_{min}	– minimalny stopień zbrojenia
$\varphi(\infty, t_0)$	– końcowy współczynnik pełzania (przy $t \rightarrow \infty$) wywołany obciążeniem przyłożonym w wieku t_0
φ_{ef}	– efektywny współczynnik pełzania

Monografia *Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych. Elementy ściskane. Zeszyt 2* jest częścią serii ostatnio wydanych przez Wydawnictwo Naukowe PWN książek dotyczących obliczania konstrukcji żelbetowych. Pierwsza i najobszerniejsza z nich to *Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2* autorstwa Michała Knauffa, gdzie zasady obliczania przedstawiono na tle obszernych wyjaśnień i uzasadnień teoretycznych. Druga, krótsza, pt.: *Tablice i wzory do projektowania konstrukcji żelbetowych z przykładami obliczeń* autorstwa Michała Knauffa, Agnieszki Golubińskiej i Piotra Knyziaka, ma cel ściśle praktyczny – zawiera niewiele teorii i jest przede wszystkim zbiorem algorytmów i tablic ilustrowanych przykładami. Następne części serii, zwane Zeszytami, dotyczą zagadnień szczególnych. Tak więc Zeszyt 1. *Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych. Budynek ze stropami płytowo-żebrowymi* zawiera przykład projektowania prostego budynku o konstrukcji żelbetowej wykonany według algorytmów (z drobnymi ulepszeniami, skracającymi obliczenia) z publikacji *Tablice i wzory do projektowania konstrukcji żelbetowych z przykładami obliczeń*. Monografia *Elementy ściskane* ma być drugim zeszytem przykładów. Zawiera ona:

- Wykresy interakcji symetrycznie zbrojonych przekrojów prostokątnych i kołowych w elementach z betonu klasy nie wyższej niż C50/60.
- Arkusze kalkulacyjne umożliwiające obliczanie tych i innych przekrojów nieobjętych wykresami zamieszczonymi w książce. Możliwe jest obliczanie przekrojów:
 - prostokątnych, zbrojonych symetrycznie lub niesymetrycznie,
 - prostokątnych ze zbrojeniem symetrycznym, zginanych ukośnie,
 - teowych, ceowych, dwuteowych i skrzynkowych,
 - kołowych i pierścieniowych.

Możliwe jest zastosowanie stali o dowolnej granicy plastyczności oraz betonu klas wyższych niż C50/60 (maksymalnie C90/105).

- Zwięźle wskazówki dotyczące uwzględniania efektów drugiego rzędu, objaśnienia dotyczące korzystania z wykresów interakcji i arkuszy kalkulacyjnych, przykłady obliczeń.

Obliczanie słupów występuje w każdej z trzech poprzednich książek serii i w każdym podręczniku żelbetu. Jak łatwo stwierdzić, obliczenia te, zwłaszcza w przypadkach, w których nie można pominąć efektów drugiego rzędu, mogą być dość zawiłe. Główną wadą długich obliczeń nie jest dziś liczba operacji arytmetycznych – może je wykonać komputer – ale brak przejrzystości, mogący doprowadzić do przeoczenia jakichś istotnych czynników.

Pracując nad przykładami stwierdziliśmy, że powszechnie stosowany (także w naszych poprzednich książkach) tok obliczeń związanych z efektami drugiego rzędu można uprościć i skrócić, pozostając w zgodzie z zasadami normy. Uważamy, że w niniejszej książce udało się nam przedstawić algorytmy krótsze i bardziej przejrzyste niż powszechnie stosowane, nie tracąc nic na ścisłości obliczeń.

Do obliczania słupów symetrycznie zbrojonych stosujemy zbiory wykresów interakcji (krzywych granicznych). Wykresy takie zamieszczono w obu pierwszych książkach serii oraz w wielu innych podręcznikach. Odczytywanie wartości z wykresów prowadzi do niezbyt dokładnych wyników przede wszystkim ze względu na niewielkie rozmiary rysunków 4.1–4.20 w rozdziale 4 – dokładniejszy odczyt można uzyskać, korzystając z plików PDF otrzymanych drogą e-mailową opisaną poniżej.

Dzisiaj do obliczania słupów powszechnie stosuje się programy komputerowe. Programy, w których można uwzględniać położenie i średnicę każdego pręta, mogą - zwłaszcza w przypadku niedużych mimośrodków – przypisywać przekrojom większą nośność niż typowe dla obliczeń „ręcznych” programy, w których uwzględnia się tylko pola podstawowych grup zbrojenia A_{s1} i A_{s2} . W książce zamieszczamy także wykresy interakcji właściwe dla zbrojenia rozmieszczonego w trzech grupach, co w znacznym stopniu eliminuje tę wadę obliczeń „ręcznych”.

Integralną częścią książki *Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych. Elementy ściskane. Zeszyt 2* są arkusze Excel do obliczania słupów o przekrojach prostokątnych, symetrycznie i niesymetrycznie zbrojonych, a także słupów o przekroju kołowym, pierścieniowym, teowym i skrzynkowym oraz wykresy interakcji w plikach PDF. W celu pozyskania arkuszy i plików PDF należy wysłać na adres obliczkonstrukcje@pwn.pl imię i nazwisko nabywcy książki oraz kod. Indywidualny kod jest załączony do każdego egzemplarza książki. Po weryfikacji kodu na podany adres mailowy zostaną prze-

słane pliki oraz hasło, dzięki któremu będzie można odblokować arkusze kalkulacyjne.

Uwaga! Wydawca zastrzega prawo do użytkowania niniejszego oprogramowania wyłącznie przez posiadacza publikacji książkowej. Zwiłokrotnianie oraz rozpowszechnianie zawartości, a także korzystanie z plików poza udzieloną licencją jest zabronione, a wobec nieuprawnionych użytkowników mogą zostać wyciągnięte konsekwencje prawne.

W ten sposób wychodzimy naprzeciw tym inżynierom i studentom, którzy stosują program Excel, a także tym, którzy wolą osobiście kontrolować obliczenia, posługując się programami tylko w razie konieczności.

Poza ogromnymi zaletami, których nie będziemy tu omawiać, stosowanie programów komputerowych ma także wady. Znaną wadą zastosowań komputerów, na którą uskarżają się światli użytkownicy, są utrudnienia w sprawdzaniu wyników, a niekiedy wręcz brak możliwości sprawdzenia. I tak np. wyniki uzyskane za pomocą MES można sprawdzić tylko przez ponowne obliczenie (najlepiej innym programem). Niepokoić może także nadmiar informacji, które otrzymuje się po zastosowaniu komputera. W związku z tym czasem powstają opracowania mało czytelne i bałaganiarskie.

Wykonując obliczenia bez komputera konstruktor miał pod kontrolą każdą operację arytmetyczną, co zwykle prowadziło do wykrycia ewentualnych pomyłek (zwłaszcza grubszych) w trakcie obliczeń i zapewniało, że istotne wyniki nie były obarczone wielkimi błędami.

Komputer nie rozróżnia błędów mało istotnych od błędów grubych – niektóre pomyłki w danych mogą wywołać błędy, które trudno zauważyć. Dlatego niejeden konstruktor czuje się niepewnie, gdy musi ważne elementy projektu oprzeć wyłącznie na wynikach z komputera. Tę niepewność można rozwiązać, wykonując wybrane obliczenia prostymi sposobami, polegającymi np. na zastosowaniu wykresów interakcji.

Jak już wspomniano, metoda obliczeń przedstawiona w książce różni się od metod, które stosowaliśmy w naszych poprzednich publikacjach. Oczywiście, wyniki obliczeń zbrojenia są prawie takie same (pod warunkiem, że do obliczenia wpływu efektów drugiego rzędu zastosowano metodę nominalnej krzywizny). Zarówno jedne, jak i drugie są zgodne z normami.

Wszystkie algorytmy i arkusze kalkulacyjne oparto konsekwentnie na metodzie nominalnej krzywizny – nie stosuje się metody nominalnej sztywności. Uzasadnienie tego założenia można znaleźć w rozdziale 8. Mamy nadzieję, że preferując tę metodę wychodzimy naprzeciw przyszłym tendencjom, które występują w *fib Model Code for Concrete Structures 2010*, gdzie jako jedyną zamieszczono metodę nominalnej krzywizny.

Względne siły i względne momenty są obliczane jako $n = N/(bhf_{cd})$ i $m = M/(bh^2f_{cd})$, a nie – tak jak w poprzednich książkach – jako $n = N/(bdf_{cd})$ i $m = M/(bd^2f_{cd})$.

Podstawowe części książki to wykresy interakcji, arkusze kalkulacyjne, wyjaśnienia dotyczące posługiwania się tymi narzędziami i przykłady. Ponadto książka zawiera krótki przegląd teorii, a zwłaszcza tych jej elementów, które zastosowano w przykładach. Mamy nadzieję, że w tym przeglądzie w przejrzysty sposób powiązано przepisy z podstawami fizycznymi zagadnienia. Omówiono także różnice merytoryczne między trzema metodami stosowanymi obecnie w Polsce i rozpatrzono zasady stosowania momentu ekwiwalentnego i zasadę pomijania efektów drugiego rzędu. Później omówiono także zasady wyznaczania długości efektywnej i globalne efekty drugiego rzędu.

Głównym celem autorów było dostarczenie konstruktorom narzędzi, które umożliwiają jak najprostsze projektowanie elementów ściskanych. Dlatego treść książki jest uporządkowana według zasady:

najpierw algorytmy i arkusz kalkulacyjny, potem liczne przykłady opracowane w taki sposób, żeby konstruktor mógł wykonać własne obliczenia, naśladując wybrany algorytm-przykład, później uzasadnienia zgodności z normą i podstawy teorii.

Jak wiadomo, nic nie wyjaśnia problemów lepiej niż przykłady. Rolę przykładów trudno przecenić – pomogły one autorom w wykryciu i wyjaśnieniu niektórych niejasności i paradoksów, które mogą wystąpić przy stosowaniu normy. Przykłady dobrano tak, żeby zgromadzić pewien zasób wiedzy pozwalający przewidzieć, jakich wyników można spodziewać się w charakterystycznych przypadkach, które mogą wystąpić w praktyce.

*Dalsza część książki dostępna w wersji
pełnej.*

