SZYMON FRANKOWSKI

WIELOWARTOŚCIOWOŚĆ W LOGIKACH MODALNYCH I W LINGWISTYCE FORMALNEJ

WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

WIELOWARTOŚCIOWOŚĆ W LOGIKACH MODALNYCH I W LINGWISTYCE FORMALNEJ

WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

SZYMON FRANKOWSKI

WIELOWARTOŚCIOWOŚĆ W LOGIKACH MODALNYCH I W LINGWISTYCE FORMALNEJ

WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Łódź 2016

Szymon Frankowski – Uniwersytet Łódzki, Wydział Filozoficzno-Historyczny
Instytut Filozofii, 90-232 Łódź, ul. Kopcińskiego 16/18

RECENZENT
Tomasz Połacik

REDAKTOR INICJUJĄCY
Damian Rusek

SKŁAD KOMPUTEROWY
Szymon Frankowski

PROJEKT OKŁADKI
Katarzyna Turkowska

Zdjęcie wykorzystane na okładce: © Depositphotos.com/IdeaStudios

Wydrukowano z gotowych materiałów dostarczonych do Wydawnictwa UŁ
przez Wydział Filozoficzno-Historyczny

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
Wydanie I. W.07012.15.0.M

Ark. druk. 9,125

ISBN 978-83-8088-100-6
e-ISBN 978-83-8088-101-3

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
90-131 Łódź, ul. Lindleya 8
www.wydawnictwo.uni.lodz.pl
e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl
tel. (42) 665 58 63

Spis treści

Wstęp

0.1 Logiki wielowartościowe i logiki modalne

Główne powody powstania logik wielowartościowych miały filozoficzny charakter. Jednym z nich był problem wartości logicznych zdań odnoszących się do przyszłości. Już Arystoteles w Rozdziale XI *O interpretacji* rozpatruje zdanie

$$\text{Jutro będzie bitwa morska.} \tag{1}$$

Jaką wartość logiczną powinno ono przyjąć, jeśli dysponujemy jedynie klasyczną (dwuwartościową) logiką? Pewnym sposobem rozwiązania (między innymi) tego problemu była logika trójwartościowa ([30]). Trzecia wartość, będąca wartością pośrednią pomiędzy prawdą i fałszem jest wartością, która ma odpowiadać niezdeterminowaniu zdania odnośnie co do jego prawdziwości lub fałszywości. Kwestią czasu było rozszerzenie zbioru wartości logicznych do większej niż trzy liczby wartości [31].

Ponadto, należy mieć na uwadze, że sam Łukasiewicz proponował systemy logiki, nazwane przez niego **systemami logiki modalnej** ([32]). Jednym z nich jest logika czterowartościowa (oznaczana symbolem **Ł**) określona na języku zawierającym spójniki jednoargumentowe – $\neg$, $\Box$, $\Diamond$ oraz jeden dwuargumentowy $\to$. Semantyka zadana jest tabelkami (wartością wyróżnioną jest 11)[1]:

$\to$	11	10	01	00
11	11	10	01	00
10	11	11	01	01
01	11	10	11	10
00	11	11	11	11

	$\neg$	$\Diamond$	$\Box$
11	00	11	10
10	01	11	10
01	10	01	00
00	11	01	00

[1] Dowód jej pełności względem systemu zaprezentowanego przez Łukasiewicza podał Smiley [46].

W szerszym znaczeniu[2] modalność może być definiowana w kategoriach pojęcia **funktora modalnego** ([34]): F jest **funktorem modalnym** działającym na zdanie A wtedy i tylko wtedy, gdy wartość logiczna zdania $F(A)$ nie jest określona (a przynajmniej nie jest określona w sposób całkowity) przez wartość logiczną zdania A ([34]).

Tak więc modalna logika **Ł**, będąc ekstensjonalną, nie spełnia powyższego warunku, bowiem w logikach ekstensjonalnych wartość logiczna zdania złożonego wyznaczona jest jednoznacznie przez wartości jego zdań składowych.
Mamy tu na myśli takie operatory jak **Jest możliwe, że ...**, **Jest konieczne, że ...**.

Zauważmy bowiem, że zdania:

$$\text{Beata Szydło jest premierem RP,} \tag{2}$$

$$2 + 2 = 4 \tag{3}$$

są prawdziwe (przy czym zdanie (2) jest prawdziwe przynajmniej w momencie pisania tych słów).

Jeśli jednak poprzedzimy je funktorami typu koniecznościowego, otrzymujemy zdania:

$$\text{Jest konieczne, że Beata Szydło jest premierem RP,} \tag{4}$$

$$\text{Jest konieczne, że } 2 + 2 = 4. \tag{5}$$

Zdania (2) oraz (3) mają tę samą wartość logiczną. Jednak różna jest wartość logiczna zdań (4) oraz (5). Pierwsze z nich jest fałszywe, drugie zaś prawdziwe. Ostatecznie – wartość zdania postaci „**Jest konieczne, że** A” nie jest zdeterminowana jedynie przez wartość logiczną zdania składowego A.

Zatem funktor **Jest konieczne, że ...** jest funktorem intensjonalnym – wartość logiczna zdania, którego jest głównym spójnikiem, nie jest jednoznacznie wyznaczona poprzez wartości jego argumentów.

W niniejszej pracy rozważamy wyłącznie **modalności aletyczne**, a więc takie, jakie rozpatrywane są w większości znanych systemów formalnej logiki modalnej, w odróżnieniu od na przykład modalności deontycznych czy epistemicznych.

0.2 Wielowartościowe logiki modalne

Konstrukcja wielowartościowych logik modalnych może odbywać się w sposób dwojaki:

[2] Owo znaczenie jest na tyle szerokie, że może zostać odczytane jako definicja spójnika intensjonalnego. Jednak biorąc pod uwagę podobieństwo spójników intensjonalnych, przyjmujemy definicję W. Marciszewskiego.

i) Poprzez wprowadzenie modalności do logiki wielowartościowej;

ii) Poprzez zwiększenie liczby wartości w pewnej wyjściowej logice modalnej.

Owe dwa podejścia, mimo iż mogą prowadzić do tych samych logik, może wiele różnić. Podejście pierwsze wyraża się poprzez proste dołączenie operatora konieczności (lub możliwości) do języka oraz dodaniu aksjomatów charakteryzujących modalność. Jest to niewątpliwie podejście syntaktyczne. Drugie zaś wskazuje na modyfikację logik modalnych od strony semantycznej – modyfikujemy struktury Kripkego w taki sposób, że dopuszczamy w światach (punktach), wartościowania o przeciwdziedzinie innej niż $\{0, 1\}$.

W wielu przypadkach chcemy po prostu podać semantykę dla syntaktycznie zdefiniowanych logik. Najbliższa temu podejściu jest niewątpliwie praca [39]. Jednak najczęściej wykorzystywanym podejściem wydaje się to drugie – definiujemy semantykę oraz staramy się podać syntaktyczną charakterystykę definiowanej przez nią logiki. Semantyka z reguły dobrze oddaje intuicje, jakie stoją za budową tej czy innej logiki. Tak więc semantyka najczęściej stanowi punkt wyjścia.
Nie oznacza to jednak, że każde z tych podejść jest jednoznacznie zorientowane tylko na składnię czy tylko na semantykę. W praktyce formalnej rzadko kiedy dąży się po „sznurku do kłębka”[3], modyfikując po drodze przyjęte założenia (tym bardziej, że wspomniane podejścia nie były wyrażone *explicite*). W każdym jednak przypadku możemy znaleźć pewne, mniej lub bardziej stanowcze, rozłożenie akcentów.

Nie sposób pominąć faktu, że pozaformalne (filozoficzne) intencje powstania wielowartościowych logik modalnych spotykają się z badaniami w zakresie opisu właśnie niedookreśloności informacji w bazach danych[4] (patrz [29]).
Bliższe naszemu (to znaczy logiczno-filozoficznemu) jest jednak ujęcie zawarte w [41] oraz [40][5], gdzie przedstawione są logiki modalne oparte na skończenie wartościowej logice Łukasiewicza.

I właśnie Rozdział 2. poświęciliśmy opisowi oraz aksjomatyzacji modalnych logik opartych na skończenie wartościowych logikach Łukasiewicza. Podajemy ponadto metodę rozstrzygania tych logik, zbazowanej na znanej z logiki modalnej metodzie filtracji. Większość z przedstawionych przez nas logik została już zaksjomatyzowana we wspomnianej pracy [40]. My jednak przedstawiamy aksjomatyzację większej ich liczby, w tym logiki niemającej prostego odpowiednika w dwuwartościowej logice modalnej (RU_n). Warunek nałożony na jej semantykę możemy wyrazić w następującym stwierdzeniu: Wartości zmiennych zdaniowych w świecie v, będącym następnikiem (względem relacji osiągalności w modelu)

[3] W naszym przypadku znaczyłoby to, że najpierw definiujemy semantykę, a potem konsekwentnie określamy dla niej aksjomatykę. Ewentualnie – mając daną aksjomatykę, szukamy adekwatnej dla niej semantyki.

[4] We współcześnie używanych systemach zarządzania relacyjnymi bazami danych (SQL) występuje wartość taka jak $NULL$, odpowiadająca łukasiewiczowskiej wartości $\frac{1}{2}$. Praktycy powołują się nawet na logiki wielowartościowe [36]. W nowszych, nierelacyjnych systemach ($NoSQL$) takimi jak MongoDB, klucze o niezdefiniowanej wartości przyjmują po prostu wartość *undefined* (zainteresowani nierelacyjnymi bazami danych mogą sięgnąć np. po [6]).

[5] Mimo że w obu tych pracach znajdujemy odniesienie do [29].

bieżącego świata w nie mogą być bardziej oddalone od liczby $\frac{1}{2}$ niż ich wartości w w. To znaczy: Rwv implikuje $|V(v,p) - \frac{1}{2}| \leqslant |V(w,p) - \frac{1}{2}|$. Chcemy przez to wyrazić, że w przypadku gdy relacja osiągalności jest rozumiania jako relacja następstwa czasowego, to w kolejnych punktach czasowych zdania atomowe mają coraz mniej dookreśloną wartość[6]. Może być ona traktowana jako dualna (w bardzo dużym przybliżeniu) w stosunku do logik: Nelsona i intuicjonistycznej (którymi również zajmujemy się w tej pracy).

Ponadto, o czym przed chwilą wspominaliśmy, wskazujemy na zastosowanie filtracji w procedurze rozstrzygania dla poszczególnych logik. Niejako przy okazji podajemy wzory na ilość skończonych struktur, w jakich trzeba sprawdzić prawdziwość formuły, aby stwierdzić, czy jest ona tezą danej logiki.

Niewątpliwie nowość stanowią wielowartościowe odpowiedniki znanej logiki PDL (*propositional dynamic logic*) zbazowane na wielowartościowej logice Łukasiewicza, to znaczy – logiki PDL_n zdefiniowane dla każdego $n \geqslant 2$. W Rozdziale 3. przedstawiamy aksjomatyzację i dowód twierdzenia o pełności owych logik. Przeprowadzenie tego dowodu wymagało daleko idących modyfikacji i uzupełnień dowodu dla dwuwartościowych logik PDL zawartego w Rozdziale 3 [4]. W tym samym rozdziale piszemy o związkach, jakie łączą wielowartościowe logiki Łukasiewicza i logikę Nelsona. Piszemy o tym ze względu na fakt, że między logiką Nelsona i trójwartościową logiką modalną Łukasiewicza $S4_3$ zachodzi związek analogiczny do tego, jaki łączy logikę intuicjonistyczną i dwuwartościową logikę $S4$ (mamy tu oczywiście na myśli interpretowalność intuicjonizmu w $S4$ – patrz [35]).

Sama logika Nelsona, podobnie zresztą jak intuicjonizm, wykazuje pewne pokrewieństwo z logiką wielowartościową. Szczególnie wyraźny związek zachodzi, gdy przyjmiemy epistemiczną interpretację tej drugiej. Dla takich zdań jak *Jutro będzie bitwa morska* czy *W tej chwili w Warszawie jest burza*, mimo iż można przyjąć, że posiadają jakąś wartość logiczną, wartość ta pozostaje niejako w zawieszeniu (por. [20] s.15). W semantyce dla logiki Nelsona zdanie przyjmuje wartość 1, jeśli we wszystkich osiągalnych światach przyjmuje tę wartość. Zdanie zaś jest fałszywe tylko wtedy, gdy w każdym świecie osiągalnym nie jest prawdziwe. Pod koniec rozdziału przedstawiamy propozycję uogólnienia logiki Nelsona, by była interpretowalna w logice $S4_n$ dla dowolnego $n \geqslant 3$. Wyniki formalne poprzedzamy istotnymi, według nas, rozważaniami o możliwych uogólnieniach porządku informacyjnego, to znaczy przy przejściu od logiki trójwartościowej do logik o większej ilości wartości. Jeśli bowiem dysponujemy logiką trójwartościową, to wartość $\frac{1}{2}$ jest jedynym elementem minimalnym porządku informacyjnego, zaś 1 oraz 0 są nieporównywalnymi elementami maksymalnymi. Wprowadzając uogólnienie, naszą intencją jest odpowiedź na pytanie takie jak: jaki jest porządek informacyjny na zbiorze $\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$?

Istnieje jednak znacznie ogólniejsze podejście do modalnych logik wielowartościowych zaprezentowane przez Fittinga w [11, 12, 13]. W powyższych pracach formuły modalne wartościowane są w algebrach Heytinga. Ważną innowa-

[6] Sama nazwa *RU* jest skrótem od słów *rising uncertainty* (czyli **rosnąca niepewność**).

cję stanowi wartościowanie w algebrę Heytinga samych relacji. Można wówczas mówić o **stopniu zachodzenia relacji**. Jednak ujęcie Fittinga nie wypływa z czystej chęci uogólniania zastanych konstrukcji. Skończona algebra Heytinga może zostać przedstawiona za pomocą zbioru agentów (ekspertów), powiedzmy $\{1, 2, \ldots, n\}$, powiązanych relacją zależności (**dominacji**, patrz [12]). Przez wartość logiczną zmiennej zdaniowej p uznajemy tedy jakiś podzbiór zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ określający, który z agentów uznaje zdanie p za prawdziwe. W przypadku gdy agenci są od siebie niezależni, zdanie p może za wartość przyjąć dowolny podzbiór A zbioru agentów. Powiemy wówczas, że agent i należy do zbioru A wtw., gdy i uznaje p za prawdziwe. Wówczas wartością może być dowolny element pełnej algebry Boole'a $\mathcal{P}(\{1, 2, \ldots, n\})$. Jednak gdy na zbiorze agentów określimy częściową funkcję zależności z (lub jak woli Fitting – dominacji), to z naszej dziedziny możliwych wartości logicznych wykluczamy zbiory B takie, że dla pewnego $i \in \{1, 2 \ldots, n\}$:

$$i \notin B,\ z \text{ jest określona na } i \text{ oraz } z(i) \in B. \tag{6}$$

Ostatecznie Fitting ogranicza się do wartościowań w skończonych algebrach Heytinga. Można łatwo pokazać, że częściowa funkcja na zbiorze $\{1, 2, \ldots, n\}$ wyznacza algebrę Heytinga. Dokładniej, jeśli z jest funkcją częściową na zbiorze $\{1, 2 \ldots, n\}$, to elementami algebry Heytinga $L(z)$ będą te i tylko te podzbiory A zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$, które spełniają warunek:

$$\text{jeśli } z(i) \text{ jest określony oraz } z(i) \in A, \text{ to } i \in A. \tag{7}$$

Naturalnie $L(z)$ jest kratą, której nośnik zawiera się w $\mathcal{P}(\{1, 2, \ldots, n\})$.

W naszym ujęciu dopuszczamy, by formuły modalne wartościowane były w dowolnej kracie (lub dokładniej – jeśli język zawiera operatory typu możliwościowego, wymagamy, by krata była $\bigvee$-kratą[7], gdy operatory typu koniecznościowego – potrzebujemy $\bigwedge$-kraty[8]). Wynika to z faktu, że gdy zastąpimy częściową funkcję dominacji relacją, nie musimy otrzymać algebry Heytinga. Taka formalizacja ujmuje sytuacje, gdy agent nie tyle jest uzależniony w swoich osądach od jednego, konkretnego agenta, lecz 'przekonać' go może jakaś ich grupa. Ponadto w Rozdziale 4. (którego wyniki zaprezentowane były w [15]) uogólniamy pojęcia takie jak **bisymulacja**, **p-morfizm** itp. poprzez wprowadzenie dodatkowego parametru, umożliwiającego tworzenie bisymulacji, p-morfizmów (nazywanymi przez nas **ograniczonymi morfizmami**) itp., między strukturami relacyjnymi zbazowanymi na różnych algebrach.

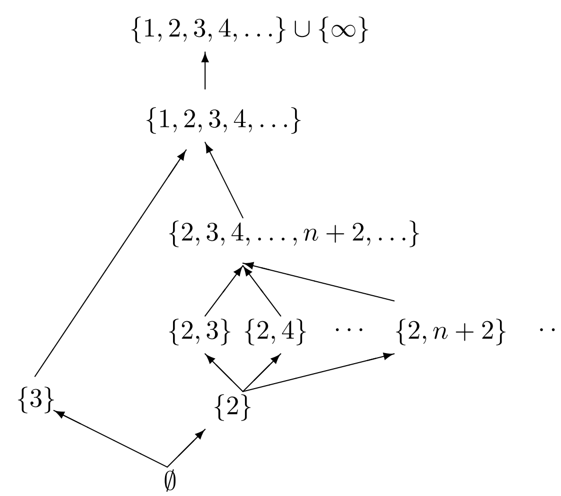
Do tej pory w literaturze rozpatrywane były jedynie morfizmy (bisymulacje, ograniczone morfizmy) między strukturami wartościowanymi w tych samych algebrach [21]. Nasze ujęcie pozwala na zrelatywizowanie morfizmu do danego odwzorowania między algebrami (nazwijmy je h), w których wartościowane są struktury. Dlatego też nasze uogólnienia bisymulacji i ograniczonego morfizmu

[7] To jest takiej kraty, by dla każdego niepustego podzbioru istniał jego kres górny.
[8] To znaczy – takiej kraty, w której każdy niepusty podzbiór ma kres dolny.

to, odpowiednio, bisymulacja ze względu na h, ograniczony morfizm ze względu na h (patrz Definicje 4.2.3 oraz 4.2.5). Aby mieć na obecnym etapie pewien wgląd w nasze podejście, przedstawimy tu uproszczone wersje pojęć z Rozdziału 4. Niech $\mathcal{A} = (A, \leqslant_{\mathcal{A}})$, $\mathcal{B} = (B, \leqslant_{\mathcal{B}})$ będą kratami oraz $h : A \longrightarrow B$ homomorfizmem. Niech $\mathfrak{M} = (W, R)$ oraz $\mathfrak{N} = (W', R')$ będą strukturami takimi, że W, W' są zbiorami (światów) oraz $R : W \times W \longrightarrow A$, $R' : W' \times W' \longrightarrow B$ (relacje wielowartościowe). Ponadto niech $f : W \longrightarrow W'$. Powiemy, że f jest **morfizmem ze względu na** h wtw. gdy $h(R(w, v)) \leqslant R'(f(w), f(v))$.

W szczególności możemy dokonać interpretacji dowolnych kratowych wartościowań, w wartościowania w algebrze Heytinga. Ilustrację naszych słów może stanowić przykład zaczerpnięty z [15].

Mianowicie, rozpatrzmy dwie kraty – algebrę Heytinga BT_1, określoną przez rodzinę zbiorów $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ oraz – BInf przedstawioną na Diagramie 1.



BInf

Diag. 1.

Naturalnie, BInf nie jest algebrą Heytinga. Zdefiniujmy funkcję $h : \mathrm{BInf} \longrightarrow \mathrm{BT}_1$ w następujący sposób:

$$\begin{cases} h\emptyset = & \emptyset; \\ h\{3\} = & \{1\}; \\ h\{2\} = h\{2,3\} = h\{2,4\} = \ldots = h\{2, n+2\} = \ldots & \\ = h\{2, 3, 4, \ldots, n+2, \ldots\} = & \{2\}; \\ h\{1, 2, 3, 4, \ldots\} = & \{1,2\}; \\ h\{1, 2, 3, 4, \ldots\} \cup \{\infty\} = & \{1,2,3\}. \end{cases}$$

Jak łatwo sprawdzić h jest homomorfizmem krat, zachowującym wszystkie kresy (również zbiorów nieskończonych). Sytuację możemy opisać w następujący sposób: agenci $2, 3, \ldots$ zostają utożsamieni, tworzą bowiem coś w rodzaju stronnictwa (partii). Pewna ilość informacji o strukturze zależności między agentami została wprawdzie utracona po zastosowaniu odwzorowania h, lecz BT_1-model nie tylko zawiera wszystkie informacje istotne, ale ponadto w algebrze BT_1 możemy waluować operatory typu koniecznościowego (patrz uwaga na s. 80).

Ciekawym, lecz nie eksploatowanym do tej pory problemem jest zastosowanie ujęcia Fittinga do opisu praktycznego problemu replikacji baz danych (dla zainteresowanych – [25, s. 374]). Przyjmujemy dla celów poglądowych pewne uproszczenie pojęcia **serwera bazodanowego**, przez który będziemy rozumieć pewien nośnik (zbiór) informacji (możemy nawet założyć, że jest to rodzina ciągów składających się z liter pewnego ustalonego alfabetu). Serwery A i B mogą pozostawać w relacji *master-slave* (w terminologii Fittinga – w relacji dominacji). W przypadku gdy na serwerze nadrzędnym (serwer A – *master*) następuje aktualizacja danych, serwer B (*slave*) pobiera ją, by dane na nim zgromadzone stanowiły lustrzaną kopię danych serwera A.
Następnym pytaniem jest, czy nasza propozycja (tzn. gdy relacja zależności nie jest funkcją) dobrze ujmuje sytuację, gdy jeden serwer podrzędny może dokonać aktualizacji, dopiero gdy zmiany w nadrzędnych względem niego (wielu) serwerach są identyczne (to znaczy dopuszczamy, by relacja dominacji, czyli relacja *master-slave*, nie była funkcją). Posłużmy się przykładem – serwer A jest zależny od serwerów B oraz C. Załóżmy, że każdy z tych trzech serwerów gromadzi ten sam zestaw danych. Niech w chwili t_0 nastąpi zmiana zawartości serwera B. Wówczas serwer A dokonuje aktualizacji swojej zawartości dopiero w chwili $t_1 > t_0$, w której dokonana została aktualizacja na serwerze C oraz jest identyczna z aktualizacją jaka nastąpiła w chwili t_0 na serwerze A.

W Rozdziale 5. pokazujemy, że fuzzy przestrzenie topologiczne (patrz np. [45]) mogą stanowić semantykę dla wielowartościowych logik modalnych, występujących w takiej postaci, w jakiej zostały zdefiniowane w Rozdziale 4. Fuzzy przestrzenie topologiczne stanowią uogólnienie dobrze znanych przestrzeni topologicznych w tym sensie, że topologie nie są rodzinami podzbiorów pewnego zbioru X, lecz są rodzinami jego fuzzy podzbiorów (oczywiście spełniającymi pewne aksjomaty właściwe dla topologii).

Nawiązując do pracy Fittinga [14], pokazujemy, jak interpretować formuły modalne w algebrach macierzy nad kratami. Jednak ze względu na fakt, że do tej pory rozpatrywaliśmy również modalności o większej niż jeden liczbie argumentów, konieczne stało się poszerzenie bazy pojęciowej, w sposób daleko wykraczający poza to, co zostało zaprezentowane w [14].

Ostatni rozdział został poświęcony wielowartościowości w teorii automatów i gramatyk wielowartościowych. Wielość związków, jakie łączą logiki modalne z teorią automatów, nie pozwala na szersze jej ujęcie w niniejszej pracy (zainteresowani formalno-lingwistycznym ujęciem logik temporalnych mogą sięgnąć do [49], [18]). W rozdziale tym pokazujemy, że każdy automat zdefiniowany nad skończoną BL-algebrą da się zasymulować przez automat skończony. Jednakże za główny wynik uważamy Twierdzenie 7.3.3 mówiące, że każdą gramatykę probabilistyczną określoną na liczbach z przedziału $[0, 1]$ można aproksymować za pomocą gramatyki, której wartości nie wychodzą poza zbiór liczb wymiernych. Ostatnim twierdzeniem zarówno rozdziału, jak i całej pracy, jest twierdzenie mówiące, że regularnie kontrolowane gramatyki, zdefiniowane w [8], mogą symulować dowolne gramatyki probabilistyczne. Jako naturalne pojawiło się pytanie: czy zachodzi zależność odwrotna, to znaczy – czy dowolną gramatykę regularnie kontrolowaną da się zasymulować za pomocą pewnej gramatyki probabilistycznej?

Korzystając z okazji, chciałbym wyrazić wdzięczność osobom, które podjęły niewdzięczny trud przeczytania poniższej pracy, a zaliczają się do nich: Marek Nowak, Michał Zawidzki, Anna Dębska, Kaja Bednarska i Janusz Kaczmarek. Dzięki nim książka stała się lepsza i zawiera znacznie mniej błędów (a może nawet nie zawiera ich wcale).

Na szczególną uwagę i podziękowania zasługuje praca włożona przez prof.dr. hab. Tomasza Połacika, który podjął się zrecenzowania niniejszej książki.