

**Alina Jędrzejczak
Dorota Pekasiewicz**

Teoretyczne rozkłady dochodów gospodarstw domowych i ich estymacja



**Teoretyczne
rozkłady dochodów
gospodarstw
domowych
i ich estymacja**



WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Alina Jędrzejczak
Dorota Pekasiewicz

**Teoretyczne
rozkłady dochodów
gospodarstw
domowych
i ich estymacja**

Alina Jędrzejczak, Dorota Pekasiewicz – Uniwersytet Łódzki
Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Metod Statystycznych
90-214 Łódź, ul. Rewolucji 1905 r. nr 41

RECENZENT

Grzegorz Kończak

REDAKTOR INICJUJĄCY

Beata Koźniewska

REDAKTOR WYDAWNICTWA UŁ

Dorota Stępień

SKŁAD I ŁAMANIE

Munda – Maciej Torz

PROJEKT OKŁADKI

Polkadot Studio Graficzne

Aleksandra Woźniak, Hanna Niemierowicz

Zdjęcie wykorzystane na okładce: © Depositphotos.com/Supertrooper

© Copyright by Alina Jędrzejczak, Dorota Pekasiewicz, Łódź 2020

© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2020

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

Wydanie I. W.08891.18.0.K

Ark. wyd. 10,0; ark. druk. 11,25

ISBN 978-83-8142-899-6

e-ISBN 978-83-8142-900-9

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

90-131 Łódź, ul. Lindleya 8

www.wydawnictwo.uni.lodz.pl

e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl

tel. (42) 665 58 63

Spis treści

Wprowadzenie	7
1. Teoretyczne rozkłady płac i dochodów	17
1.1. Uwagi wstępne	17
1.2. Rozkład Pareto i jego modyfikacje	22
1.3. Rozkład logarytmiczno-normalny	36
1.4. Rozkład gamma	43
1.5. Rozkład Daguma	47
1.6. Rozkład Singha-Maddali	54
1.7. Rozkład Fiska	59
1.8. Rozkład Weibulla	62
1.9. Rozkład Zengi	65
2. Podejście systemowe do modeli rozkładów dochodów	71
2.1. Uwagi wstępne	71
2.2. System Daguma	72
2.3. System Pearsona	74
2.4. System D'Addario	78
2.5. System Burra	81
2.6. System Johnstone	82
2.7. Rodzina uogólnionego rozkładu beta drugiego rodzaju	85
3. Metody estymacji parametrów rozkładu	91
3.1. Uwagi wstępne	91
3.2. Metoda największej wiarygodności	92
3.3. Metoda momentów	95
3.4. Metoda momentów ważonych prawdopodobieństwami	98
3.5. Metoda percentyli	101
3.6. Kwantylowa metoda najmniejszych kwadratów i jej modyfikacje	103
3.7. Metoda najmniejszych kwadratów	105
3.8. Wazona metoda najmniejszych kwadratów	106
3.9. Metody D'Addario	107
4. Estymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w Polsce	109
4.1. Uwagi wstępne	109
4.2. Charakterystyka zbioru danych	111

4.3. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w Polsce w podziale na regiony	114
4.4. Aproksymacja rozkładów dochodów zamożnych gospodarstw domowych w Polsce	136
4.5. Analiza symulacyjna własności estymatorów parametrów rozkładu Daguma	147
4.6. Analiza symulacyjna własności estymatorów parametrów rozkładu Pareto	152
Zakończenie	157
Literatura	161
Spis rysunków	169
Spis tabel	171
Aneks. Wybrane charakterystyki funkcyjne i liczbowe podstawowych rozkładów dochodów	173

Wprowadzenie

Zagadnienia rozkładu dochodów i bogactwa oraz związane z nimi pojęcie nierówności ekonomicznej mają stosunkowo długą historię. Obie te kwestie przeplatają się ze sobą w rozważaniach filozofów i ekonomistów, choć przez długi czas zainteresowanie nimi było raczej niewielkie. Pierwsze wzmianki na ten temat znajdujemy już w starożytności w pismach Platona i Arystotelesa. Są one nieliczne, gdyż poniżający charakter pracy w systemie niewolniczym sprzyjał raczej pomijaniu jej w badaniach naukowych. Częściej zajmowano się zagadnieniami sprawiedliwości społecznej z punktu widzenia etyki, choć należy zaznaczyć, że pojęcie równości, sprawiedliwości i bogactwa było rozumiane inaczej niż dzisiaj. Platon w swojej pracy *Państwo* odwoływał się do idei państwa hierarchicznego, w którym sprawiedliwość nie miała nic wspólnego z równością, a ideałem dla stanów wyższych było wyrzeczenie się bogactwa.

W średniowieczu zainteresowanie problemami ekonomicznymi, w tym problemem podziału dochodu, było nadal niewielkie, gdyż praca, choć przeważnie nie była już niewolnicza, nadal nie stanowiła przedmiotu gry rynkowej. Chłopi przywiązani do ziemi nie otrzymywali wynagrodzenia za pracę i inne świadczenia na rzecz feudałów. Pewien wzrost zainteresowania problemami ekonomicznymi, a co za tym idzie także problemami rozkładu dochodów i bogactwa, nastąpił dopiero w XIII wieku, o czym świadczą pisma Tomasza z Akwinu. Można w nich znaleźć poglądy popierające ideę równości, a także niechętny stosunek do bogactwa jako źródła różnic społecznych.

W drugiej połowie XV wieku rozwinął się merkantylizm, który doprowadził do zerwania z podstawami moralnymi i naukowymi Arystotelesa i Tomasza z Akwinu – rosło bowiem znaczenie społeczne dążących do bogactwa kupców. Wynikiem krytyki starego systemu były m.in. prace Jeana-Jacques'a Rousseau poświęcone w dużej mierze ideom równości ekonomicznej i sprawiedliwości. Poglądy te zostały zawarte w dziele *O umowie społecznej*.

W ostatnim trzydziestoleciu XVIII wieku, wraz z nastaniem rewolucji przemysłowej, zaczęła kształtować się klasa robotnicza, a wraz z nią bardzo istotne stały się czynniki określające płace. Na ten okres przypada działalność Adama Smitha, której efektem była praca *Badania nad naturą i bogactwem narodów*. Dla Smitha płaca była kosztem wychowania robotnika do chwili podjęcia pracy oraz utrzymania go przez okres jej trwania. Przedstawiona przez Smitha teoria płacy, oparta na kosztach utrzymania robotnika przy życiu, została później przekształcona przez Davida Ricardo w „żelazne prawo płac”, które mówiło, że płace są ceną płaconą przez pracodawców, umożliwiającą ogółowi robotników utrzymanie, a jednocześnie niepowodującą ani zwiększenia, ani zmniejszenia ich liczby. Ricardo twierdził ponadto, że płace powinny być całkowicie pozostawione wolnej konkurencji, a państwo nie powinno ich kontrolować. W XIX wieku wraz z rozwojem ekonomii klasycznej nastąpił więc okres, w którym płace kształtowane były na zasadzie minimum egzystencji, a często, w wyniku napływu robotników do miast, nawet poniżej tego minimum.

Przełom XIX i XX wieku, kiedy coraz częściej zaczęły się pojawiać recesje, spowodował presję na interwencję państwa w gospodarkę, w tym także w zasady podziału wytworzonego bogactwa. Chodziło między innymi o zmniejszenie nierówności dochodowych, czego domagali się ekonomiści i filozofowie o orientacji socjalistycznej. Właśnie w takich warunkach powstała przełomowa dla teorii rozkładów dochodów praca Vilfredo Pareto *Kurs ekonomii politycznej* (1897), a jej głównym celem była obrona klasycznego systemu ekonomicznego. Pozycja ta zawierała pierwszą sformalizowaną teorię rozkładu dochodów i nierówności dochodowych. Wcześniej zainteresowanie badaczy rozkładami dochodów i bogactwa oraz wynikającymi z nich nierównościami nie było poparte merytoryczną specyfikacją modeli, szacunkami parametrów oraz analizą społeczno-ekonomiczną. Pareto, obserwując rozkłady dochodów w różnych krajach (opierając się na statystykach podatkowych) zauważył prawidłowość, że 20% najbogatszych osób skupiało aż 80% bogactwa, jednak uznał, że nierówności te są zjawiskiem całkowicie naturalnym i zapewniają stabilność gospodarki oraz makroekonomiczne korzyści. Podział ten, choć bardzo nierównomierny, odzwierciedlał jego zdaniem naturalny rozkład zdolności i talentów w systemie społecznym. Na skutek

działania praw rynkowych system taki osiągał stan zwany optimum Pareto (lub optimum w sensie Pareto), w którym niemożliwa była poprawa dobrobytu żadnej jednostki bez pogorszenia sytuacji innych. Na podstawie obserwacji empirycznych Pareto sformułował pierwszy rozkład teoretyczny, który do dziś uważany jest za idealny model rozkładu dochodów dla najbogatszej części populacji. Mimo powstawania nowych nurtów odpowiadających na nowe wyzwania związane z funkcjonowaniem systemu kapitalistycznego jeszcze w latach trzydziestych XX wieku ekonomiści sądzili, że można posługiwać się tzw. optymalnością Pareto do oceny gospodarki bez wypowiadania sądów wartościujących. Próbowano formułować warunki, w których równowaga ogólna osiągnie optimum Pareto, co miało mieć znaczenie dla dobrobytu społecznego i efektywnej alokacji zasobów.

Można stwierdzić, że praca Pareto (1897) poruszająca w sposób sformalizowany problemy podziału dochodu, choć niepozabawiona poglądów kontrowersyjnych, zapoczątkowała szerokie badania nad kształtowaniem się rozkładów dochodów i ich nierównomiernością, które prowadzone były przez wielu statystyków i ekonomistów. W badaniach tych można wyodrębnić trzy podstawowe nurty:

- 1) poszukiwania modelu teoretycznego opisującego rozkłady empiryczne;
- 2) tworzenie teorii wyjaśniających proces kształtowania się rozkładów dochodów i ich nierównomierności;
- 3) doskonalenie metod badania nierównomierności rozkładów.

Do pierwszych prac dotyczących teoretycznych rozkładów płac i dochodów, obok wspomnianej już pracy Pareto, można zaliczyć dokonania Marcha (1898) i Edgewortha (1898). March zaproponował wykorzystanie rozkładu gamma, zaś Edgeworth zastosował rozkład normalny jako funkcję generującą rozkłady dochodów, co później zostało wykorzystane między innymi przez D'Addario (1949) do stworzenia pierwszego systemu funkcji gęstości opisujących rozkłady płac i dochodów. Na początku XX wieku Benini (1906) przedstawił interesującą propozycję modyfikacji krzywej Pareto, natomiast Vinci (1921), opierając się na pewnych przesłankach probabilistycznych, dowodził, że krzywa Pearsona V typu powinna dobrze aproksymować empiryczne rozkłady dochodów. W tym samym czasie powstała praca Amoroso (1925), w której przedstawiona została propozycja uogólnienia rozkładu gamma. Jednocześnie przeprowadzano

coraz szersze badania empiryczne płac i dochodów – należy tu wymienić m.in. pracę Macaulaya (1922) dotyczącą badania rozkładów w USA oraz analizy Gibrata (1931), który badając rozkłady dochodów we Francji, zastosował po raz pierwszy rozkład logarytmiczno-normalny.

W Polsce pierwsze prace na temat rozkładów płac i dochodów pochodzą z okresu międzywojennego i bazują na informacjach czerpanych ze statystyk ubezpieczeń społecznych (por. np. Wiśniewski, 1934; Piltz, 1929). Na szczególną uwagę zasługują badania Wiśniewskiego (1934), który jako pierwszy wykazał przydatność rozkładu logarytmiczno-normalnego do badań płac pracowników biurowych. Po II wojnie światowej do rozwoju badań nad rozkładami płac i dochodów przyczynił się Vielrose (1960), który w swojej pracy przedstawił metody analizy rozkładów dochodów w oparciu o rozkłady teoretyczne. Autor ten wykazał między innymi przydatność rozkładu logarytmiczno-normalnego do aproksymacji płac pracowników w gospodarce uspołecznionej, a także udowodnił, że rozkład płac w Polsce nie jest zgodny z rozkładem Pareto. Rozważania nad przydatnością rozkładu Pareto i logarytmiczno-normalnego prowadzone były w tym czasie także przez Langego (1967), Kordosa (1968) oraz Kordosa i Stroińską (1971). W kolejnych latach badano również możliwość zastosowania innych rozkładów teoretycznych. W szczególności Kordos (1973) oraz Kordos i Stroińska (1971) rozważali zgodność rozkładów płac w Polsce w podziale na pracowników fizycznych i umysłowych oraz w podziale według płci z krzywymi Pearsona typu I, III, IV i VI oraz z rozkładem normalnym. Dalsze badania rozkładów płac w przekroju dynamicznym prowadzone były przez Wąsika (1967), który porównywał zgodność rozkładów empirycznych z dwu- i trójparametrowym rozkładem logarytmiczno-normalnym. Domański (1973) analizował rozkłady płac w przekroju terytorialnym oraz rozkłady dochodów gospodarstw domowych emerytów (por. także: Domański, Michałkiewicz, 1974).

W ramach drugiego nurtu powstało wiele teorii wyjaśniających proces kształtowania się rozkładu dochodów, który według badań empirycznych był na ogół jednomodalny, dodatnio asymetryczny i charakteryzował się tzw. grubym ogonem.

W latach trzydziestych XX wieku Champernowne (1937) zaproponował pierwszy model stochastyczny dotyczący rozkładu dochodów, zdążający do rozkładu Pareto. Opierał się on na szeregu upraszczających

założeń dotyczących na przykład stałości liczby osób otrzymujących dochód oraz stałości w czasie macierzy prawdopodobieństw przejścia do następnej grupy dochodowej. Kolejnym ważnym krokiem do wyjaśnienia mechanizmu kształtowania się rozkładu dochodów była cytowana już praca Gibrata (1931), który wykorzystał prawo proporcjonalnego efektu do zbudowania procesu stochastycznego, którego wynikiem był rozkład logarytmiczno-normalny. Prawo proporcjonalnego efektu w odniesieniu do dochodów zakładało, że zmiany dochodu w jakimkolwiek czasie są proporcjonalne do jego wartości w poprzednim okresie. Model Gibrata był następnie modyfikowany między innymi przez Kaleckiego (1945) oraz Aitchisona i Browna (1957).

Inną znaną teorią stochastyczną prowadzącą do rozkładu Pareto była teoria Lydalla (1968). Zasadniczym jej elementem jest założenie, że pracownicy w przedsiębiorstwie tworzą pewnego rodzaju piramidę, na szczycie której stoi dyrektor, zaś na samym dole znajdują się robotnicy. Lydall zakładał, że pracownicy na jakimkolwiek stopniu piramidy z wyjątkiem ostatniego kontrolują stałą liczbę osób, zaś suma całkowitego zarobku na dowolnym stopniu jest proporcjonalna do sumy płac na niższym szczeblu, przy czym współczynnik proporcjonalności jest stały.

Obok teorii stochastycznych powstawały też teorie socjologiczne i ekonomiczne próbujące wyjaśnić problem nierównomierności rozkładu dochodów oraz ich skośności. Najwcześniejszą z nich była teoria Taussiga (1915). Według niego o nierównomierności rozkładu dochodów decyduje zróżnicowanie wrodzonych zdolności oraz wpływ otoczenia i dziedziczenia. Podobne poglądy reprezentował Pigou (1920). Sądził, że skośność rozkładów dochodów jest wynikiem wpływu cech osobistych jednostek (zdolności) oraz ich zamożności. Rozkład zależny jedynie od cech osobistych, a więc działających addytywnie, byłby rozkładem normalnym. Garvey (1952) wymienił szereg czynników, które mogą określać rozkład dochodów. Należą do nich, obok czynników społeczno-ekonomicznych, także czynniki demograficzne, takie jak: płeć, wiek, fluktuacje zatrudnienia, czynniki geograficzne, a także jednostka czasu, do której odnosi się badany rozkład. Interesującym wyjaśnieniem nierównomierności rozkładu dochodów była teoria Tinbergena (1956). Zgodnie z nią rozkład dochodów jest wynikiem podaży i popytu na określone cechy jakościowe pracowników, zaś jego nierównomierność powodują „napięcia” między

tym, co dostępne na rynku pracy, a tym co pożądane (pracownicy o określonych kwalifikacjach). Inną koncepcją Tinbergena (1972) wyjaśniającą zróżnicowanie i asymetrię rozkładu dochodów była teoria o nakładaniu się dwóch rozkładów normalnych o różnych wartościach oczekiwanych i różnym stopniu zróżnicowania. Jednym z tych rozkładów miał być rozkład zdolności, drugim zaś rozkład skłonności do pracy. Podobne podejście reprezentował Friedman (1953), jednak mówił on o dwóch rozkładach, reprezentujących zbiorowości o różnym stopniu skłonności do ryzyka. Uważał, że w każdym społeczeństwie istnieje nieliczna grupa o dużej skłonności do ryzyka oraz duża grupa wykazująca niską skłonność do ryzyka. W wyniku nakładania się rozkładów dochodów obu tych grup powstaje rozkład charakteryzujący się dodatnią asymetrią.

W ramach trzeciego nurtu, zajmującego się badaniem nierównomierności rozkładów, do najwcześniejszych dokonań należą: praca Lorenza (1905), w której zaproponowana została krzywa koncentracji zwana później krzywą Lorenza, oraz dzieła włoskiego ekonomisty i matematyka Giniego (1909; 1912), który koncentrował się głównie na problemach nierównomierności i interakcji pomiędzy rozkładami dochodów. Należy tu także wymienić pionierską pracę Daltona (1920), zapoczątkowującą rozważania nad nierównomiernością dochodów w powiązaniu z zagadnieniem społecznego dobrobytu.

Podsumowując, można stwierdzić, że począwszy od czasów Pareto, problem znalezienia modelu rozkładu dochodów, a także wyjaśnienia i badania ich nierównomierności stał się obecny w rozważaniach statystyków, ekonomistów i socjologów. W poglądach na nierównomierność zaobserwować możemy dwa przeciwstawne stanowiska: pierwsze, związane z ekonomią klasyczną i ortodoksyjnym liberalizmem oraz drugie, występujące w różnych nurtach krytycznych do ekonomii klasycznej – od socjalizmu utopijnego do keynesizmu. Zgodnie z ekonomią liberalną dążenie do sprawiedliwości społecznej jest sprzeczne z wymogami wydajności ekonomicznej, bowiem podział będący wynikiem niezakłóconej gry rynkowej stwarza większe możliwości oszczędzania. W wyniku modyfikacji systemu rynkowego może dojść do zakłócenia rynkowego procesu alokacji zasobów zapewniającego maksymalizację wydajności (por. np. Hayek, 1981). W poglądach liberalnych dominuje więc teza, że wydajność i sprawiedliwość są nie do pogodzenia lub też przyjmowana jest specyficz-

na koncepcja sprawiedliwości, polegająca na respektowaniu żywiołowego podziału rynkowego. (Znalazło to odbicie w wielu poglądach na temat źródła nierównomierności dochodów). Keynes i jego kontynuatorzy będący przedstawicielami drugiego nurtu dowodzili, że zmniejszenie niepewności ekonomicznej i wzrost gospodarczy nie są sprzeczne, lecz ściśle ze sobą powiązane. Tezę tę potwierdził pomyślny rozwój gospodarek zachodnich w latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych XX wieku. Załamanie się korzystnego trendu „epoki Keynesa” związane z wystąpieniem wysokiej stopy inflacji połączonej ze spadkiem produkcji i wysokim bezrobociem, a także skutki ostatniego kryzysu finansowego z 2008 roku, podważają jednak bezwarunkową słuszność takich poglądów. W różnych społeczeństwach, w różnych sytuacjach historycznych, przy różnym poziomie sił wytwórczych wzrost gospodarczy może wymagać różnych rozwiązań w tej dziedzinie. Wciąż aktualny wydaje się wkład noblisty Amartya Sena, przedstawiciela nurtu ekonomii dobrobytu, twórcy tzw. teorii wyboru społecznego (Sen, 1973), który rozważa, w jaki sposób jednostkowe preferencje mogą prowadzić do decyzji optymalnych i sprawiedliwych dla ogółu. Problem wpływu decyzji indywidualnych i społecznych na rozkład dochodu i jego nierównomierność podejmuje także dedykowana Camilo Dagumowi praca Chotikapanicha (2008), gdzie znajdujemy uzasadnienie podejścia parametrycznego w badaniu rozkładów dochodów oraz dokładny przegląd metodologii modelowania podziału dochodu.

Mimo różnych poglądów na związki między nierównością a wzrostem gospodarczym, które podlegały także weryfikacji empirycznej (por. Kumor, Sztandynger, 2007; Jędrzejczak, 2015), globalizacja stosunków ekonomicznych oraz presja krajów rozwijających się prowadzi do wzrostu znaczenia problemów podziału dochodu i równości społecznej w badaniach ekonomicznych. Wiąże się to z kolei z potrzebą badania rozkładów dochodów w różnych przekrojach, strukturalnych i koniunkturalnych sfer ubóstwa, a także dobrobytu społecznego. Problemy podziału dochodu i narastających nierówności we współczesnym świecie, uzupełnione pogłębioną analizą tego zjawiska w ujęciu dynamicznym, rozważane były ostatnio w bestsellerowej pracy Piketty (2014). Należy podkreślić znaczenie takich badań dla ekonomii rozwoju oraz dla decydentów, którzy projektują i oceniają politykę ograniczania ubóstwa i redystrybucji dochodów.

Jednym z głównych kierunków badań w dziedzinie badania rozkładów dochodów powinno być poszukiwanie modelu teoretycznego opisującego empiryczne rozkłady płac i dochodów.

Analiza rozkładów dochodów za pomocą rozkładów teoretycznych jest uzasadniona z kilku powodów:

- 1) zastosowanie modelu teoretycznego upraszcza analizę, ponieważ różne charakterystyki rozkładu, w tym skomplikowane punktowe i syntetyczne miary nierównomierności, można oszacować przy użyciu niewielkiej liczby tych samych parametrów. Podejście takie ułatwia także badanie własności tych charakterystyk wyrażonych jako funkcje określonych parametrów rozkładu teoretycznego;
- 2) model teoretyczny dobrze dopasowany do danych można wykorzystać do prognozowania rozkładu płac i dochodów w różnych przekrojach, zarówno w czasie, jak i w przestrzeni, co może znaleźć zastosowanie na przykład w statystyce małych obszarów w ramach tzw. podejścia modelowego;
- 3) aproksymacja empirycznych rozkładów płac i dochodów za pomocą odpowiednich rozkładów teoretycznych może służyć jako metoda wyrównywania nieprawidłowości wynikających z metody gromadzenia danych.

Dotychczasowe badania zaowocowały dużą liczbą rozkładów teoretycznych, które z mniejszym lub większym powodzeniem mogą być wykorzystywane do analizy płac, dochodów czy zamożności; większość z nich nie spełnia jednak wymagań stawianych rozkładowi teoretycznym, które umożliwiają ich wykorzystanie do pogłębionych analiz empirycznych w różnych przekrojach.

Celem niniejszej pracy jest prezentacja własności najważniejszych rozkładów teoretycznych oraz ich systemów, które mogą być zastosowane do analizy rozkładów płac, dochodów oraz ich nierównomierności. Rozkłady wybrane na podstawie rozważań teoretycznych i badań symulacyjnych zostały zastosowane do analizy dochodów w Polsce. Estymacja parametrów rozkładów była przeprowadzona w oparciu o dane indywidualne pochodzące z badania budżetów gospodarstw domowych GUS.

Publikacja składa się z czterech rozdziałów. W rozdziale 1 zostały omówione teoretyczne rozkłady płac i dochodów, m.in. rozkład Pareto, Daguma, logarytmiczno-normalny, gamma oraz Singha-Maddali. Przed-

stawiono ich charakterystyki funkcyjne i liczbowe, z uwzględnieniem miar nierównomierności rozkładów. Badanie struktury i własności rozkładów ułatwia ich pogrupowanie w systemy lub rodziny, dlatego w rozdziale 2 zaprezentowano podstawowe systemy rozkładów: Daguma, Pearsona, D'Addario, Burra, Johnsona oraz uogólniono rozkład beta drugiego rodzaju. W rozdziale 3 przedstawiono wybrane metody szacowania parametrów rozkładów, które mogą znaleźć zastosowanie przy aproksymacji rozkładów empirycznych różnymi typami rozkładów teoretycznych do estymacji ich parametrów. Ostatni rozdział ma charakter aplikacyjny, ukazano w nim rezultaty badań rozkładów dochodów w Polsce w ujęciu regionalnym. Badano zarówno rozkłady dochodów wszystkich gospodarstw domowych, jak i rozkłady dochodów gospodarstw domowych o wysokich dochodach.

ROZDZIAŁ 1

Teoretyczne rozkłady płac i dochodów

1.1. Uwagi wstępne

Aitchison i Brown (1957) podali cztery podstawowe cechy jako wskazówkę do identyfikacji najbardziej reprezentatywnego modelu nieznanego procesu stochastycznego, który generuje rozkład dochodu. Następnie ten sam problem rozważali Metcalf (1969) i Dagum (1977). Dagum i Lemmi (1989), opierając się na wcześniejszych pracach, przedstawili szereg własności rozkładu teoretycznego, który można uznać za dobry model rozkładu dochodów. Są one następujące:

- a) podstawy teoretyczno-empiryczne;
- b) zbieżność z prawem Pareto;
- c) istnienie tylko niewielkiej liczby skończonych momentów rozkładu,
- d) możliwość interpretacji ekonomicznej parametrów rozkładu;
- e) dobre dopasowanie do rozkładów empirycznych;
- f) przydatność do analizy zarówno rozkładów jednomodalnych, jak i zeromodalnych;
- g) wysoka zgodność z rozkładami o dochodach ujemnych i zerowych;
- h) proste i efektywne metody szacowania parametrów;
- i) możliwość wyznaczenia krzywej Lorenza;
- j) możliwość wyprowadzenia współczynnika Giniego;
- k) niezmienność modelu w przypadku zmian skali pomiaru dochodów;
- l) zasada oszczędności.

Punkty e, f, g dobrego modelu rozkładu dochodów dotyczą możliwości dostosowania modelu do sytuacji, jakie mogą zaistnieć w rzeczywistości.

Dobry rozkład teoretyczny powinien dostosowywać się do zmian w kształcie rozkładów empirycznych poprzez zmiany wielkości parametrów, wtedy będzie dobrze opisywał rozkłady w różnych przekrojach i okresach. Innym problemem jest możliwość odzwierciedlenia dochodów zerowych i ujemnych. Większość znanych rozkładów teoretycznych może być stosowana jedynie dla dochodów dodatnich – wprowadzenie dochodów ujemnych i zerowych wymaga dodatkowych zabiegów (por. np. Aitchison i Brown, 1957). Do wyjątków należy rozkład Daguma typu II. Nie mniej istotnym zagadnieniem jest dopasowywanie rozkładu teoretycznego do sytuacji, w których minimalny dochód jest większy od zera. Powinno być to możliwe przez zmiany w parametrach rozkładu bez konieczności „ucinania go” (przykładem może być rozkład Daguma typu III lub trójparymetryczny rozkład logarytmiczno-normalny).

Za jedną z cech teoretycznych rozkładu prawdopodobieństwa, która może być przydatna w analizie płac i dochodów, Dagum i Lemmi (1989) uznali możliwość przejścia w rozkład zeromodalny. W praktyce zdarzają się sytuacje, kiedy rozkłady dochodów nie osiągają w żadnym punkcie maksimum. Może to mieć miejsce, gdy rozważamy rozkłady dochodów krajów rozwijających się o dużej liczbie ludności, mających znaczny udział zatrudnionych w rolnictwie lub w przypadku krajów z niewielkim odsetkiem osób bardzo bogatych i dużym odsetkiem bardzo biednych. Warto również dodać, że rozkłady zamożności są zawsze zeromodalne.

Zasada „oszczędności” polega na takim dobraniu modelu teoretycznego, aby opisywał on empiryczne rozkłady dochodów w sposób możliwie najprostszy, w szczególności z niewielką liczbą nieznanymi parametrów rozkładu, które będą musiały być oszacowane. Ogólnie wiadomo, że modele najprostsze – dwuparametrowe – wykazują często dość niski stopień zgodności z rzeczywistymi rozkładami płac i dochodów. Wyjątkiem jest krzywa Pareto, której stopień dopasowania do danych empirycznych jest bardzo wysoki, oczywiście jeśli weźmiemy pod uwagę grupy o wysokich dochodach. Ogólnie można jednak stwierdzić, że do odzwierciedlenia zjawisk ekonomicznych o takiej złożoności, jaką mają rozkłady dochodów, należy wykorzystać krzywe o liczbie parametrów większej od dwóch. Rozkłady trójparymetryczne (Daguma, Singha-Maddali), wykazujące bardzo wysoki stopień zgodności z rozkładami empi-

rycznymi, potwierdzają tezę, że liczba parametrów równa trzy na ogół wystarcza do opisania rzeczywistych rozkładów płac i dochodów.

Możliwość interpretacji ekonomicznej parametrów proponowanych rozkładów teoretycznych jest bardzo istotna ze względu na to, że wszystkie charakterystyki rozkładów dochodów, takie jak średnia, odchylenie standardowe czy współczynniki koncentracji, są funkcjami tych parametrów. Wśród parametrów danego rozkładu teoretycznego powinno się dać wyróżnić parametry kształtu (nierównomierności) i parametry skali lub też parametry położenia. Parametry nierównomierności określają kształt rozkładu, a więc mają wpływ na wielkość współczynników zróżnicowania, koncentracji i asymetrii, natomiast parametry skali zależą od jednostek pieniężnych, w których wyrażone są dochody i mają wpływ głównie na miary średnie badanych rozkładów.

Przyjmując za kryterium idee, jakie leżały u podstaw konstrukcji lub wyboru konkretnej funkcji opisującej rozkład dochodów, można podzielić je na cztery grupy:

- rozkłady „ad-hoc”;
- rozkłady utworzone przez analogię;
- rozkłady oparte na przesłankach ekonomicznych;
- rozkłady oparte na procesach stochastycznych.

Podstawą wyboru rozkładów „ad-hoc” jest to, że charakteryzują się dodatnią asymetrią. Do tej grupy zalicza się: rozkład gamma proponowany przez wielu autorów, m.in. Marcha (1898), Amoroso (1925), Salema i Mounta (1974), rozkład beta zaproponowany przez Thurowa (1970) i Mc Donalda (1984), logarytmiczną transformację rozkładu *t*-Studenta, podaną przez Kloeka i van Dijka (1977), rozkład Zengi (Zenga, 2010; Zenga i in., 2010a; 2010b), rozkłady Champernowne’a (1952) i Fiska (1961), krzywe Pareto I i III typu (Pareto, 1897), krzywą Pearsona typu V (Vinci, 1921) i typu VI (Mc Donald, 1984). Nie wszystkie z wymienionych rozkładów znalazły powszechne zastosowanie. W szczególności rozkład beta był rzadko wykorzystywany głównie z powodu trudnych do interpretacji parametrów, natomiast krzywe Pearsona ze względu na zbyt dużą liczbę parametrów i trudności przy ich szacowaniu (krzywa zaproponowana przez Mc Donalda ma aż 4 parametry niezależne).