

Michał Knauff  
Bartosz Grzeszykowski  
Agnieszka Golubińska

# Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych

zarysowanie

zeszyt 3

 PWN



## Stal zbrojeniowa EPSTAL

### Właściwości i dane do projektowania

Gatunek stali	Średnica nominalna	Nominalna powierzchnia przekroju poprzecznego	Masa nominalna 1 m *
	[mm]	[mm <sup>2</sup> ]	[kg/m]
B500SP	8	50,27	0,40
	10	78,54	0,62
	12	113,10	0,89
	14	153,94	1,21
	16	201,06	1,58
	20	314,16	2,47
	25	490,87	3,85
	28	615,75	4,83
	32	804,25	6,31
	40	1256,64	9,86

Właściwości wytrzymałościowe - próba rozciągania			
Opis	Oznaczenie	Jednostka	Wartość
Granica plastyczności	R <sub>e</sub>	[MPa]	500 + 625
Stosunek wytrzymałości na rozciąganie do granicy plastyczności	R <sub>m</sub> / R <sub>e</sub>	[-]	1,15 + 1,35
Minimalne wydłużenie procentowe	A <sub>5</sub>	[%]	16,0
Minimalne wydłużenie procentowe całkowite przy maksymalnej sile	A <sub>gt</sub>	[%]	8,0

\* Masa obliczona na podstawie ciężaru objętościowego stali 7850 kg/m<sup>3</sup>

Średnica [mm]	Pole przekroju [cm <sup>2</sup> ]	Przekrój zbrojenia w cm <sup>2</sup> /m w zależności od rozstawu prętów				
		10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
8	0,503	5,03	3,35	2,52	2,01	1,68
10	0,785	7,85	5,23	3,93	3,14	2,62
12	1,13	11,30	7,53	5,65	4,52	3,77
14	1,54	15,40	10,27	7,70	6,16	5,13
16	2,01	20,10	13,40	10,05	8,04	6,70
20	3,14	31,40	20,93	15,70	12,56	10,47
25	4,91	49,10	32,73	24,55	19,64	16,37
28	6,16	61,60	41,07	30,80	24,64	20,53
32	8,04	80,40	53,60	40,20	32,16	26,80
40	12,56	125,60	83,73	62,80	50,24	41,87

Średnica [mm]	Przekrój zbrojenia w cm <sup>2</sup> w zależności od liczby prętów									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	0,503	1,01	1,51	2,01	2,52	3,02	3,52	4,02	4,53	5,03
10	0,785	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,78	7,91	9,04	10,17	11,30
14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,86	15,40
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09	20,10
20	3,14	6,28	9,42	12,56	15,70	18,84	21,98	25,12	28,26	31,40
25	4,91	9,82	14,73	19,64	24,55	29,46	34,37	39,28	44,19	49,10
28	6,16	12,32	18,48	24,64	30,80	36,96	43,12	49,28	55,44	61,60
32	8,04	16,08	24,12	32,16	40,20	48,24	56,28	64,32	72,36	80,40
40	12,56	25,12	37,68	50,24	62,80	75,36	87,92	100,48	113,04	125,60

# Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych

*Autorzy czują się zobowiązani  
do wyrażenia głębokiej wdzięczności  
Profesorowi Tadeuszowi Urbanowi,  
którego bardzo wnikliwa recenzja  
przyczyniła się do usunięcia błędów  
i udoskonalenia tekstu.*

Michał Knauff  
Bartosz Grzeszykowski  
Agnieszka Golubińska

# Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych

zarysowanie

zeszyt 3

Projekt okładki i stron tytułowych: **Przemysław Spiechowski**

Ilustracja na okładce: **Shutterstock/Ivan4es**

Wydawca: **Karol Zawadzki**

Koordinator ds. redakcji: **Renata Ziólkowska**

Redaktor: **Agnieszka Grabarczyk**

Produkcja: **Mariola Grzywacka**

Dział reklamy: **Agnieszka Borzęcka (agnieszka.borzecka@pwn.com.pl)**

Skład i łamanie: **Ewa Szelatyńska, ScanSystem.pl**

Recenzent: **dr hab. inż. Tadeusz Urban**

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo  
Więcej na [www.legalnakultura.pl](http://www.legalnakultura.pl)  
*Polska Izba Książki*

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA  
Warszawa 2018

ISBN 978-83-01-19633-2

Wydanie I - dodruk 1  
Warszawa 2019

Wydawnictwo Naukowe PWN SA  
02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2  
tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288  
infolinia 801 33 33 88  
e-mail: [pwn@pwn.com.pl](mailto:pwn@pwn.com.pl), [reklama@pwn.pl](mailto:reklama@pwn.pl)  
[www.pwn.pl](http://www.pwn.pl)

Druk i oprawa: **OSDW Azymut Sp. z o.o.**

# Spis treści

Podstawowe oznaczenia .....	IX
<b>Część A. Zasady .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Wstęp .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Wymagania dotyczące zarysowania konstrukcji .....</b>	<b>8</b>
2.1. Ogólna charakterystyka wymagań dotyczących zarysowania .....	8
2.2. Uwagi o stosowaniu norm [N1] i [N2] .....	9
2.3. Wymagania dotyczące budynków .....	12
2.4. Wymagania dotyczące zbiorników .....	15
<b>3. Naprężenia w zbrojeniu i miarodajne momenty zginające ....</b>	<b>20</b>
3.1. Zasady ścisłego obliczania naprężeń metodą klasyczną .....	20
3.1.1. Przekroje, w których w fazie II istnieje strefa ściskana .....	20
3.1.2. Przekroje rozciągane z małym mimośrodem .....	23
3.2. Miarodajne momenty zginające i osie przekroju .....	24
3.2.1. Osie elementów .....	24
3.2.2. Miarodajne oddziaływania i wpływ efektów drugiego rzędu	27
3.3. Uprozczone sposoby obliczania naprężeń w zbrojeniu .....	28
<b>4. Zarysowanie, obliczanie szerokości rys .....</b>	<b>30</b>
4.1. Stan graniczny zarysowania, moment rysujący i siła rysująca .....	30
4.1.1. Zasady podstawowe .....	30
4.1.2. Obliczanie momentu rysującego i siły rysującej .....	31
4.2. Obliczanie szerokości rys .....	33



<b>5. Zasady i wzory zastosowane w arkuszach kalkulacyjnych</b> .....	38
5.1. Zasady ogólne i minimalne zbrojenie .....	38
5.2. Otulenie $c$ i odległość $a$ .....	41
5.2.1. Założenia .....	41
5.2.2. Wymagane wartości $c_{\text{nom}}$ , $c_{\text{min}}$ i $a_{fi}$ .....	41
5.3. Uzupełnienia przepisów normy i komentarze .....	46
5.3.1. Uwagi wstępne .....	46
5.3.2. Założenia zastosowane w arkuszach kalkulacyjnych .....	47
5.4. Podstawowe algorytmy zastosowane w arkuszach kalkulacyjnych ..	52
<b>6. Elementy zginane</b> .....	54
6.1. Zasady sprawdzania elementów zginanych .....	54
<b>7. Elementy ściskane</b> .....	58
7.1. Zasady sprawdzania elementów ściskanych .....	58
7.2. Niezależne od zbrojenia metody sprawdzania SG zarysowania .....	59
7.2.1. Tablice i wzory .....	59
7.2.2. Uzasadnienia tablic i wzorów .....	63
7.3. Sprawdzanie zarysowania w zależności od zbrojenia – elementy niesprężone .....	65
7.3.1. Miarodajne siły i momenty zginające w przekrojach prostokątnych .....	65
7.3.2. Przekroje kołowe i pierścieniowe .....	67
7.3.3. Obliczanie bez stosowania arkusza kalkulacyjnego .....	69
7.4. Elementy sprężone .....	71
7.4.1. Zasady ogólne .....	71
7.4.2. Tablice – wymagania i wzory .....	72
7.4.3. Opis i uzasadnienia wzorów uzupełniających arkusz kalkulacyjny nr 1 .....	76
<b>8. Elementy rozciągane</b> .....	78
8.1. Reprezentowanie elementów rozciąganych w arkuszach kalkulacyjnych .....	78
8.2. Elementy rozciągane z dużym mimośrodem .....	80
8.3. Elementy rozciągane z małym mimośrodem .....	80
<b>9. Naprężenia i zarysowania termiczno-skurczowe (TS)</b> .....	81
9.1. Podstawowe zjawiska .....	81
9.1.1. Naprężenia wywołane odpływem ciepła hydratacji i skurczem betonu .....	81
9.1.2. Wpływ rozmiarów elementu na naprężenia TS .....	85
9.1.3. Dwa terminy krytyczne ze względu na naprężenia TS .....	86
9.2. Metody ograniczania zarysowania TS .....	87



9.3. Obliczanie naprężeń TS i szerokości wywołanych przez nie rys ....	88
9.3.1. Założenia .....	88
9.3.2. Temperatura i naprężenia własne wywoływane przez hydratację cementu .....	90
9.3.3. Swobodne odkształcenia termiczno-skurczowe .....	94
9.3.4. Ogólne zasady obliczania naprężeń wymuszonych .....	96
9.3.5. Obliczanie naprężeń wymuszonych w ustrojach prętowych .	97
9.3.6. Ogólne zasady obliczania szerokości rys TS .....	104
9.3.7. Szerokość rys TS w elementach prętowych .....	104
<b>10. Minimalne zbrojenie ze względu na zarysowanie .....</b>	<b>109</b>
10.1. Norma [N1] – doktryna i obliczanie minimalnego zbrojenia .....	109
10.2. Efektywna wytrzymałość $f_{ct,eff}$ i współczynnik $k$ .....	113
10.3. Krytyka doktryny normy [N1] .....	116
10.3.1. Uzupełnienia niemieckie do normy europejskiej .....	116
10.3.2. Odstępstwa od doktryny w normach europejskich .....	118
10.3.3. Uwagi o minimach $min_{cr}$ i $min_{ULS}$ .....	123
10.4. Sprawdzanie minimalnego zbrojenia – trzy poziomy analizy .....	125
10.5. Podsumowanie .....	133
<b>11. Opis arkuszy kalkulacyjnych .....</b>	<b>136</b>
11.1. Zastosowania arkuszy .....	136
11.2. Ogólne zasady dotyczące arkuszy nr 1, 2 i 3 .....	137
11.3. Uwagi szczegółowe dotyczące arkusza nr 1 .....	141
11.4. Uwagi szczegółowe dotyczące arkusza nr 2 .....	142
11.5. Uwagi szczegółowe dotyczące arkusza nr 3 .....	143
11.6. Opis arkusza nr 4 .....	144
<b>Część B. Przykłady .....</b>	<b>151</b>
<b>Przykład 1. Miarodajne momenty zginające i osie przekroju ....</b>	<b>153</b>
<b>Przykład 2. Zastosowanie arkuszy kalkulacyjnych do obliczania naprężeń w betonie i w zbrojeniu .....</b>	<b>155</b>
<b>Przykład 3. Wyznaczanie wartości <math>c</math> i <math>a</math> według zasad w p. 5.2 Części A .....</b>	<b>156</b>
<b>Przykład 4. Szerokość rys i minimalne zbrojenie w teowej belce dwuprzęsłowej .....</b>	<b>158</b>
<b>Przykład 5. Minimalne zbrojenie ścianek przekroju skrzynkowego i śródników przekrojów teowych .....</b>	<b>167</b>
<b>Przykład 6. Belka ze zbrojeniem rozmieszczonym w wielu warstwach .....</b>	<b>169</b>
<b>Przykład 7. Płyty stropowe z zerową siłą podłużną .....</b>	<b>174</b>

---

Przykład 8. Niezależne od zbrojenia sprawdzanie zarysowania w słupach .....	180
Przykład 9. Szerokość rys w elemencie ściskanym – przekrój prostokątny .....	183
Przykład 10. Szerokość rys w słupach kilkukondygnacyjnego budynku .....	189
Przykład 11. Metoda naprężeń liniowych – przekrój kołowy .....	191
Przykład 12. Szerokość rys w elemencie ściskanym – przekrój pierścieniowy .....	194
Przykład 13. Zginany element strunobetonowy .....	196
Przykład 14. Rozciąganie .....	204
Przykład 15. Zbrojenie ze względu na naprężenia własne .....	208
Przykład 16. Szerokość rys w ścianach zbiornika prostokątnego ..	215
Przykład 17. Zarysowanie płyty stropowej pod wpływem sił podłużnych wywołanych odkształceniami termiczno-skurczowymi .....	223
Przykład 18. Zarysowanie płyty fundamentowej pod wpływem sił podłużnych wywołanych odkształceniami termiczno-skurczowymi .....	234
Przykład 19. Ściana oporowa .....	243
Przykład 20. Ściana na fundamencie .....	258
Literatura .....	265