

**WSZYSTKO,
CO TRZEBA WIEDZIEĆ!**

- co jest zabawnego w matematyce stosowanej?
- do czego może się przydać matematyka?
- dokąd zmierzamy? Sieci i mózg a zastosowanie matematyki

W WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Alain Goriely

MATEMATYKA STOSOWANA

Tłumaczenie Iwona Konarzewska



ORIGINAL ENGLISH
LANGUAGE EDITION BY
OXFORD
UNIVERSITY PRESS

**> KRÓTKIE
WPROWADZENIE**

MATEMATYKA STOSOWANA

> KRÓTKIE
WPROWADZENIE



WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Alain Goriely

MATEMATYKA STOSOWANA

Tłumaczenie Iwona Konarzewska



ORIGINAL ENGLISH
LANGUAGE EDITION BY
OXFORD
UNIVERSITY PRESS

> KRÓTKIE
WPROWADZENIE

Łódź 2024

Tytuł oryginału: *Applied Mathematics*

Rada Naukowa serii *Krótkie Wprowadzenie*

*Jerzy Gajdka, Ewa Gajewska, Krystyna Kujawińska Courtney
Aneta Pawłowska, Piotr Stalmaszczyk*

Redaktorzy inicjujący serii *Krótkie Wprowadzenie*

Urszula Dzieciatkowska, Agnieszka Kałowska-Majchrowicz, Monika Borowczyk

Tłumaczenie

Iwona Konarzewska

Opracowanie redakcyjne

Damian Szandecki

Skład i łamanie

Munda – Maciej Torz

Korekta techniczna

Katarzyna Woźniak

Projekt okładki

Monika Rawska

Applied Mathematics: A Very Short Introduction was originally published in English in 2018. This translation is published by arrangement with Oxford University Press.

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego is responsible for this translation from the original work and Oxford University Press shall have no liability for any errors, omissions or inaccuracies or ambiguities in such translation or for any losses caused by reliance thereon.

© Alain Goriely, 2018

The moral rights of the author have been asserted

© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2024

© Copyright for Polish translation by Iwona Konarzewska, Łódź 2024

<https://doi.org/10.18778/8331-571-3>

Publikacja sfinansowana ze środków Wydawnictwa Uniwersytetu Łódzkiego

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

Wydanie I. W.11312.24.0.M

Ark. wyd. 6; ark. druk. 10

ISBN Oxford University Press 978-0-19-875404-6

ISBN 978-83-8331-571-3

e-ISBN 978-83-8331-572-0

Spis treści

Wstęp	7
Podziękowania	11
Spis ilustracji	13
1. Co jest takiego zabawnego w matematyce stosowanej? Modelowanie, teoria i metody	17
2. Chcesz poznać sekret? Indyki, olbrzymy i bomby atomowe	31
3. Czy wierzysz w modele? Prostota i złożoność	49
4. Czy znasz sposoby rozwiązywania równań? Bączki i chaotyczne króliki	63
5. Jaka jest częstotliwość, Kenneth? Fale, trzęsienia i solitony	85
6. Czy możesz to sobie wyobrazić? Promieniowanie rentgenowskie, DNA i zdjęcia	101
7. Matematyka – do czego może się przydać? Kwaterniony, węzły i więcej o DNA	119
8. Dokąd zmierzamy? Sieci i mózg	135
Epilog	149
Dalsza lektura	151
Indeks	155

Wstęp

Zanim zacznym mówić, mam coś ważnego do powiedzenia.

Groucho¹ (przypisane)

Kiedy na przyjęciu poznajesz nowych ludzi, zwyczajowo, choć niezbyt to uprzejme, pytają, czym się ktoś zajmuje. Gdy pytają o to mnie, zwykle mamroczę, że jestem doktorem, ale nie takim prawdziwym, tylko akademickim. Pytany dalej przyznaję, że jestem matematykiem, ale nie takim prawdziwym, tylko stosowanym. Następnie pojawia się straszne pytanie: czym jest matematyka stosowana? W desperacji używam jednego ze zwyczajowych dowcipnych frazesów („To jest jak matematyka, ale przydatna i zabawniejsza”, „Jesteśmy ludźmi towarzyskimi, patrzymy na buty innych ludzi”, „Matematyka stosowana jest wobec czystej matematyki tym, czym muzyka pop jest dla muzyki klasycznej”). Po niezręcznej pauzie, która podsumowuje większość moich interakcji z ludźmi, szukam najbliższego wyjścia, przekonany, że w przypadku dalszego kontaktu nieuchronnie pogłębi się mój kryzys egzystencjalny. Wychodząc, pytam sam siebie, czy mógłbym naprawdę szczerze wypowiedzieć się na temat swojego kierunku studiów, który stał się także moim sposobem na życie. Dlaczego matematyka stosowana jest tak odmienna od dyscyplin naukowych i tak wyraźnie różni się od czystej matematyki? Jak mógłbym wyjaśnić ciągłe podekscytowanie i radość, jakie wnosi ona do mojego życia intelektualnego?

Decyzja o napisaniu krótkiego wprowadzenia do matematyki stosowanej jest próbą odpowiedzi na jedno pytanie: czym jest

¹ Właściwie Julius Henry Marx (1890–1977) – amerykański aktor komediowy [wszystkie przypisy pochodzą od tłumaczki].

matematyka stosowana? Zamiast podawania encyklopedycznego opisu moim celem jest ukazanie problemów, z którymi na co dzień borykają się matematycy stosowani, oraz tego, w jaki sposób kształtują oni swoje poglądy na świat. W większości przypadków wykorzystuję perspektywę historyczną, aby opowiedzieć historię o tym, jak pewne problemy naukowe lub matematyczne przekształcają się w nowoczesne teorie matematyczne i jak teorie te są nadal aktywnymi obszarami badań, w których znajdują się nierozwiązane wyzwania.

Nie można uniknąć wprowadzenia kilku równań matematycznych. Zawsze jest to ryzykowne, ale nie przepraszam za to. Trudno oczekiwać, że otworzysz książkę o literaturze francuskiej i nie znajdziesz tam kilku francuskich słów. Równania są językiem matematyki. We właściwym kontekście podsumowują one zwięźle proste, oczywiste prawdy. Czytelnik niezaznajomiony z takimi wyrażeniami nie powinien się zbyt martwić i może spokojnie pominąć fragmenty o charakterze technicznym. Równania zostały uwzględnione, ponieważ ich brak uczyniłby je obiektami mitycznymi, a przywołanie ich bez wyraźnej wzmianki graniczyłoby z ezoteryzmem.

Kiedy zaczynałem pisać tę książkę, wciąż miałem nadzieję, że uda mi się przekonać moich synów do studiowania matematyki stosowanej. Jak mogliby oprzeć się presji doskonałej argumentacji, tak pięknie zilustrowanej przez tak wiele przykładów? Udało mi się, z pewnością, przekonać samego siebie, że matematyka stosowana jest rzeczywiście królową wszystkich nauk. Stało się jednak jasne, że synowie raczej nie pójdą w moje ślady i że zmuszanie ich do czytania mojej twórczości jest formą okrutnej i niecodziennej kary. Aczkolwiek nie straciłem nadziei, że inni czytelnicy o skłonnościach matematycznych, poznawszy ten temat, będą oczarowani jego nieskończonymi możliwościami. W matematyce drzemie wielkie piękno, podobnie jak w otaczającym nas świecie. Matematyka stosowana łączy te dwie rzeczy w sposób, który nie zawsze jest piękny, ale zawsze interesujący i ekscytujący.

Playlista

Czysta matematyka jest często kojarzona z muzyką klasyczną ze względu na jej piękno i konstrukcję. Kiedy pracuję, zwykle słucham muzyki klasycznej, ale kiedy piszę, wolę coś, co daje więcej energii i zabawy. Oto kilka sugestii, które w sposób naturalny kojarzą się z tą książką:

Should I Stay or Should I Go? (The Clash),

(What's So Funny 'Bout) Peace, Love, and Understanding (Elvis Costello),

Do You Want to Know a Secret? (The Beatles),

Do You Believe in Magic? (The Lovin' Spoonful),

Do you Know the Way to San Jose? (Dionne Warwick),

What's the Frequency, Kenneth? (R.E.M.),

Can you Picture That? (Dr Teeth and the Electric Mayhem),

War (What Is It Good For?) (Edwin Starr),

Where Are We Going? (Marvin Gaye),

Can You Please Crawl Out Your Window? (Bob Dylan).

Oksford, Wielka Brytania
maj 2017

Podziękowania

Za powstanie tej książki obwiniam głównie Dyrola Lumbar-
da. Nigdy nie przyszło mi do głowy, żeby ją napisać, i nie miałem
szczególnej ochoty tego robić, dopóki nie wykręcił mi ręki i nie
powiedział, że mogłoby mi się to naprawdę spodobać. Chciał-
bym móc powiedzieć, że się mylił. Patrząc wstecz, cieszę się, że
wypchnął mnie ze strefy komfortu. Jestem bardzo wdzięczny
wielu kolegom i przyjaciółom za przeczytanie i skomentowanie
wcześniejszych wersji tej książki. Są to: Michel Destrade, Nita
Goriely, Thomas Lessinnes, Angela Mihai, Derek Moulton,
Nick Trefethen, Dominic Vella i John Wettlaufer. Korzystam
również z okazji, aby podziękować dobrym ludziom z Oxford
University Press (Joy Mellor, Latha Menon i Jenny Nugee) za
ich pracę związaną z publikacją tego Krótkiego Wprowadzenia.

Spis ilustracji

1. Faraday i jego wykłady Dostarczone przez BritishNotes.co.uk	23
2. Eksperymenty ze świecami Dane z: Alwyn Scott, <i>Encyclopedia of Nonlinear Science</i> (Routledge, 2004)	26
3. Drugi model rozprzestrzeniania się płomienia	27
4. Czas gotowania względem masy różnych rodzajów dro- biu na wykresie log-log Dane i liczby dzięki uprzejmości Lydii i Dominica Vella	32
5. Nieprawdopodobne olbrzymy z <i>Mundus Subterraneus</i> autorstwa Athanasiusa Kirchera (1678) INTERFOTO / Alamy Stock Photo	41
6. Szybkie zdjęcie eksplozji testowej Trinity	43
7. Złożoność modelu pokazująca kompromis pomiędzy roz- miarami modelu, jego wnikliwością i mocą predykcijną	55
8. Prawa ruchu planet Keplera	57
9. Paradygmat fizyki	59
10. Jak faktycznie przebiega modelowanie?	60
11. Bączek Lagrange'a to wirujący bączek o ustalonym punk- cie podparcia na podłożu	70
12. Oscylacje w modelu ewolucji ofiary–drapieżnika Lotka–Volterra	77
13. Chaotyczny atraktor dla trójwymiarowych równań Lotka–Volterra	82

14. Trybem podstawowym drgającej struny jest prosta oscylacja z jedną częstotliwością	88
15. Harmoniczny tryb podstawowy drgającej struny	89
16. Przykład rozwiązania d'Alemberta	91
17. Sejsmiczne fale P przemieszczają się przez płaszcz Ziemi	93
18. Zazwyczaj fale odczuwają efekt dyspersji	95
19. Dwa solitony w interakcji	96
20. Klasyfikacja pudełkowa matematyki stosowanej	98
21. Tradycyjna rentgenografia	103
22. Tomografia komputerowa (CT) Du Cane Medical Imaging LTD / Science Source	104
23. Krystalografia rentgenowska	106
24. Krystalografia rentgenowska helis i DNA Dostarczone przez: The Archives at King's College, London	107
25. Obrazy cyfrowe to tablice liczb	108
26. Kompresja JPEG	111
27. Falki	113
28. Kompresja falkowa Time Life Pictures / Mansell / The LIFE Picture Collection / Getty Images	114
29. W skanerach MRI (rezonansu magnetycznego) stosuje się wykrywanie skompresowane	116
30. Liczby zespolone	122
31. Gimbal	125
32. Tabela głównych węzłów	127
33. Węzeł kwadratowy	128
34. Operacja chirurgiczna na węzłach	129
35. Problem sprawdzania trywialności węzła	130
36. Działanie topoizomerazy 1 na DNA	131

37. Działanie resolwazy Tn3	132
Rysunek zaadaptowany z fig. 14 w: N.R. Cozarelli, M.A. Krasnow, S.P. Gerrard, J.H. White, <i>A Topological Treatment of Recombination and Topoisomerases</i> , „Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology” 1984, 49, s. 383–400. Copyright: Cold Spring Harbor Laboratory Press	
38. Sieć powiązań rodzinnych	136
39. Macierze i sieci	137
40. Efekt małego świata	139
41. Sieć linii lotniczych	141
Jpatokal, CC BY-SA 3.0	
42. Sieć mózgowia	143
Przedruk z: K.E. Stephan, C.C. Hilgetag, M.A. O’Neill, M.P. Young, R. Kotter, <i>Computational Analysis of Functional Connectivity Between Areas of Primate Cortex</i> , „Philosophical Transaction of the Royal Society of London B Biological Sciences” 2000, 355(1393), s. 111–126. Za zgodą Royal Society	
43. Pofałdowanie mózgu	145
Dzięki uprzejmości Ellen Kuhl, Stanford University	
44. Mózgi ssaków	145
Przedruk z: A. Goriely, S. Budday, E. Kuhl, <i>Advances in Applied Mechanics</i> , „Neuromechanics: From Neurons to Brain” 2015, 48, s. 79–139. Za zgodą Elsevier	

Rozdział 1

Co jest takiego zabawnego w matematyce stosowanej? Modelowanie, teoria i metody

*Proszę przyjąć moją rezygnację. Nie chcę należeć do żadnego klubu,
który przyjmie mnie jako członka.*

Groucho

Współczesny świat matematyki podzielony jest na różne kategorie. Jeśli masz tyle szczęścia, że spotkasz prawdziwych matematyków i nawiążesz z nimi rozmowę, zazwyczaj powiedzą ci, że są matematykami albo matematykami stosowanymi. Prawdopodobnie słyszałeś o matematyce, ale czym jest matematyka stosowana? Szybki przegląd Internetu dostarczy ci sprzecznych definicji. Ujawni także, że matematyka stosowana znalazła swoje miejsce we współczesnym środowisku akademickim. Jako taka jest uznawana przez międzynarodowe towarzystwa naukowe, czasopisma i konferencje. Co jest takiego specjalnego w matematyce stosowanej? Czym różni się ona od matematyki lub jakiegokolwiek innej dyscypliny naukowej?

Matematyka

Zacznijmy od samej matematyki. Podczas gdy filozofowie wciąż zastanawiają się nad jej najlepszą definicją, większość naukowców i matematyków zgadza się, że współczesna matematyka to dyscyplina intelektualna, której celem jest badanie wyidealizowanych obiektów i ich relacji na podstawie logiki formalnej. Matematyka wyróżnia się na tle dyscyplin naukowych tym, że nie jest ograniczona rzeczywistością. Działa wyłącznie dzięki logice i ogranicza ją jedynie nasza wyobraźnia. Rzeczywiście,

gdy struktury i operacje zostaną zdefiniowane w kontekście formalnym, możliwości są nieograniczone. Można o tym myśleć jak o grze o bardzo precyzyjnych zasadach, po których ustaleniu rozpoczyna się rozgrywka polegająca na udowodnieniu lub obaleniu twierdzenia.

Matematycy od tysiącleci interesują się liczbami. Skupmy się na liczbach naturalnych (0, 1, 2, ...) i znanej operacji mnożenia (\times). Jeśli weźmiemy razem dwie liczby p i q , otrzymamy trzecią jako $n = p \times q$. Powstaje proste pytanie o wykonanie operacji odwrotnej: czy możemy, mając liczbę n , znaleźć dwie liczby p i q takie, że $n = p \times q$? Odpowiedź jest prosta: oczywiście! Weź $p = 1$ i $q = n$. Jeśli jest to jedyny możliwy sposób zapisania liczby naturalnej n większej niż 1 jako iloczynu dwóch liczb, wówczas n nazywa się liczbą pierwszą. Matematycy uwielbiają liczby pierwsze i ich wspaniałe, a często zaskakujące właściwości. Możemy teraz spróbować udowodnić lub obalić twierdzenia na temat tych liczb. Zacznijmy od najprostszych. Możemy udowodnić istnienie liczb pierwszych, pokazując, że liczby naturalne 2, 3 i 5 mają wszystkie wymagane właściwości, aby być liczbami pierwszymi, a następnie obalić naiwne twierdzenie, zgodnie z którym wszystkie liczby nieparzyste są pierwsze, pokazując, że $9 = 3 \times 3$. Bardziej interesującym twierdzeniem jest to, że istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych. Po raz pierwszy zostało to zbadane około 300 roku p.n.e. przez Euklidesa, który wykazał, że zawsze można skonstruować nowe, większe liczby pierwsze z listy wszystkich znanych liczb pierwszych aż do pewnej wartości. W miarę jak konstruujemy nowe liczby pierwsze, ich lista wydłuża się w nieskończoność. Liczby pierwsze mają piękne właściwości i odgrywają kluczową rolę w teorii liczb i czystej matematyce. Matematycy wciąż próbują ustalić proste relacje między nimi. Na przykład większość matematyków wierzy, że istnieje nieskończenie wiele par liczb pierwszych, które różnią się o 2, co jest tak zwanym przypuszczeniem o liczbach pierwszych bliźniaczych (przypuszczenie uważane jest za prawdziwe, ale pozostaje wciąż niepotwierdzone). Chociażby pary (5, 7),

(11, 13) i (18 369 287, 18 369 289) są parami liczb pierwszych różniących się o 2, i takich par jest znanych znacznie więcej. Pałącym pytaniem jest: czy istnieje nieskończenie wiele takich par? Matematycy rzeczywiście wierzą, że tak jest, ale wykazanie tej pozornie prostej właściwości okazuje się na tyle trudne, że nie została ona jeszcze ani udowodniona, ani obalona. Jednakże niedawno, w chwili pisania tego tekstu, nastąpił przełom. Ustalono, że istnieje nieskończenie wiele par liczb pierwszych różniących się o 246. Wynik ten wstrząsnął środowiskiem matematycznym; we współczesnej matematyce temat ten jest żywo dyskutowany.

Poprzez stulecia formalizacji i uogólnień matematyka przekształciła się w ujednoliconą dziedzinę o przejrzystych zasadach. Reguły były systematycznie kodyfikowane poprzez wprowadzanie pojęć formalnych, takich jak: definicja, aksjomat, wniosek, lemat, twierdzenie i przypuszczenie. Te z kolei są wytycznymi, dzięki którym prawdziwość tez można systematycznie, krok po kroku, weryfikować – jeśli wystarczy czasu i cierpliwości. Obecnie matematyka jawi się jako dobrze zorganizowana dyscyplina z dobrze zdefiniowanymi subdyscyplinami, z których niektóre mogą mieć nawet znajome nazwy. Przykładowo teoria liczb, algebra i geometria są akceptowanymi gałęziami matematyki. Matematykę czasami nazywa się czystą matematyką, aby jeszcze bardziej podkreślić jej eteryczną jakość. Czysta matematyka króluje w panteonie ludzkich konstrukcji intelektualnych od ponad dwóch tysięcy lat. Jak powiedział grecki filozof Arystoteles: „Nauki matematyczne charakteryzują się szczególnie porządkiem, symetrią i ograniczeniami; i są to najwyższe formy piękna”.

Badanie dla kontrastu

Chciałbym móc stanąć na ramionach dwóch tysięcy lat historii i osiągnąć intelektualnych i z dumą potwierdzić, że jestem matematykiem wywodzącym się z tradycji starożytnych Greków. Niestety, sytuacja nie jest tak idealna, jeśli chodzi o oksymoroniczne rodzeństwo matematyki – matematykę stosowaną.