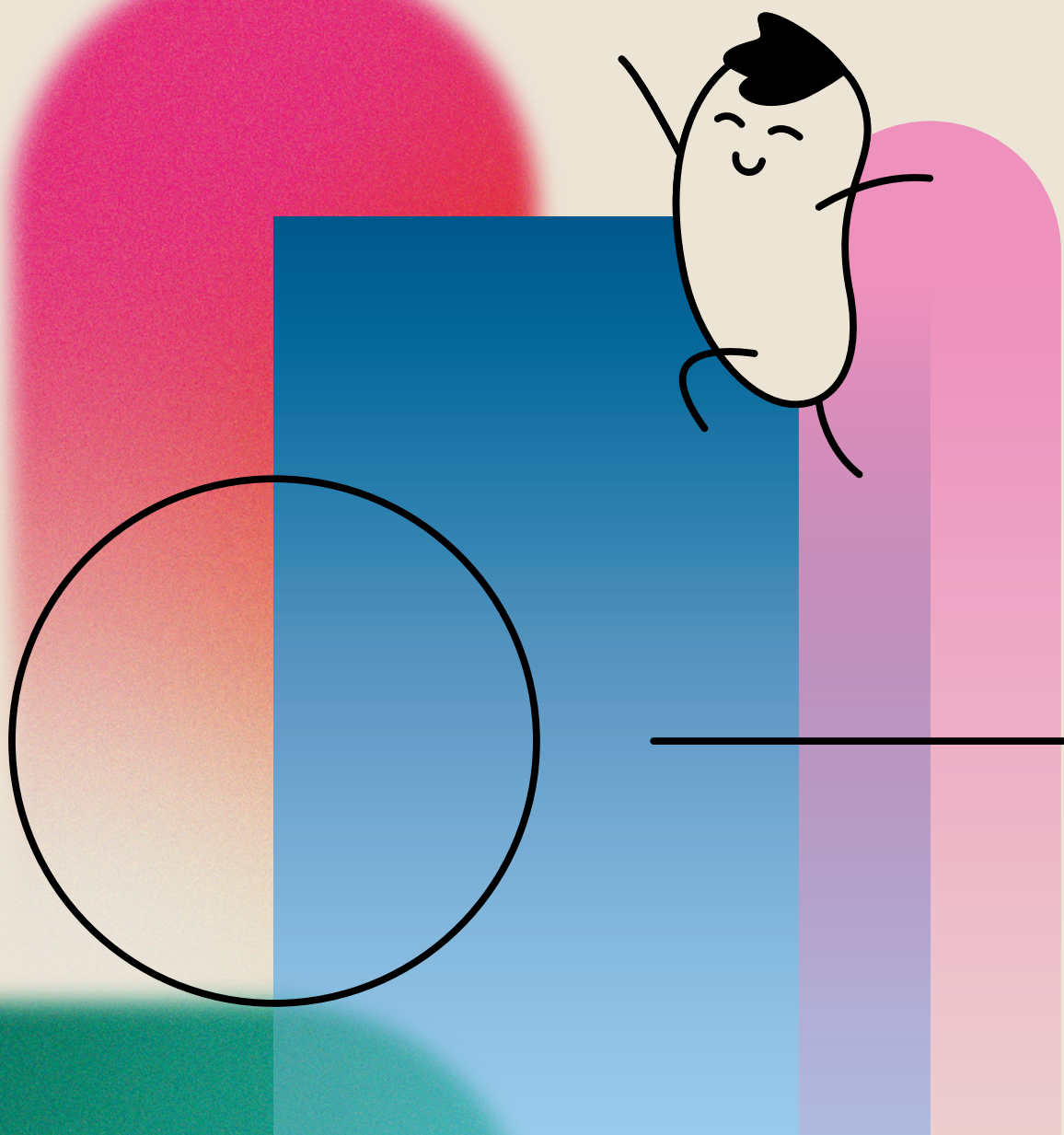


Kornelia Duda

Pewniaki maturalne

SzachMat! Matura z matematyki
Poziom podstawowy | Matura 2027



SzachMat! Matura z matematyki

Pewniaki maturalne

Kornelia Duda

SzachMat! Matura z matematyki

Pewniaki maturalne

SzachMat! Matura z matematyki
Pewniaki maturalne
Poziom podstawowy | Matura 2027

Copyright © Kornelia Duda

Redakcja:

Dorota Femiak, Kornelia Duda

Projekt graficzny wnętrza i okładki oraz ilustracje:

Magdalena Giertuga, Karolina Gruba

Skład i łamanie:

SmartDTP.pl

ISBN 978-83-957181-3-7 | Katowice 2026

Spis treści

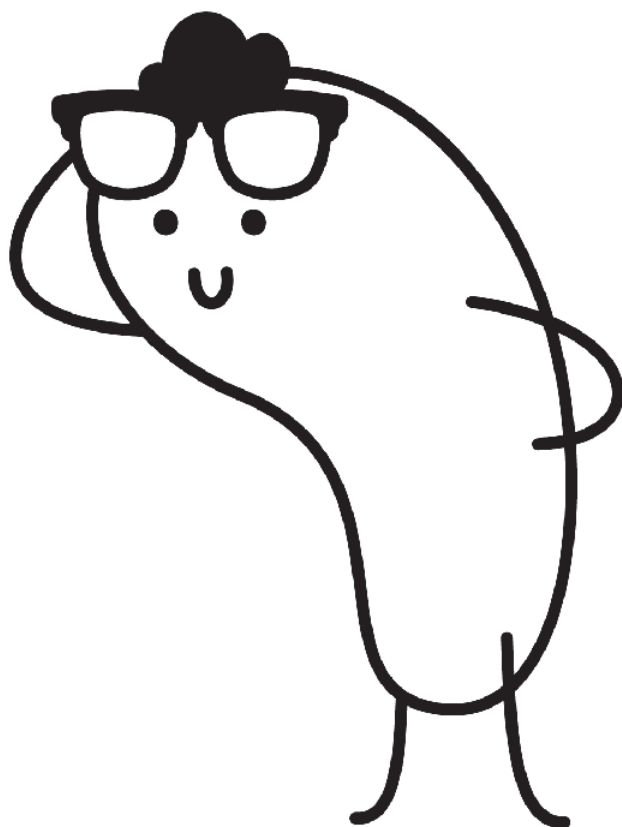
1. Liczby rzeczywiste	•	8
2. Wyrażenia algebraiczne	•	19
3. Równania, układy równań i nierówności	•	31
4. Funkcje	•	46
5. Ciągi	•	68
6. Trygonometria	•	85
7. Planimetria	•	102
8. Geometria analityczna	•	123
9. Geometria przestrzenna	•	136
10. Kombinatoryka	•	161
11. Optymalizacja	•	178
12. Zadania dowodowe	•	197
Karta wzorów	•	212

Składam szczególne podziękowanie dla:

Pani Doroty Femiak, wspaniałego nauczyciela, autorki wielu zadań w tej książce, egzaminatora maturalnego, niezastąpionego wsparcia w rozwijaniu treści dla maturzystów w mediach społecznościowych.

Pani Magdaleny Giertuga oraz Pani Karoliny Gruba za przygotowanie projektu graficznego okładki i grafik w książce.

Dziękuję Wam, Drodzy Maturzyści, że razem z Szach MAT przygotowujecie się do matury z matematyki.



Potrzebujesz pełnego wsparcia do matury 2027?
Zeskanuj i sprawdź KURS MATURA 2027
www.oferta.kursydomatury.pl/matematyka/

Cześć Maturzystko, Maturzysto!

Dziękuję Ci za zakup tej książki. Cieszę się, że trafiła właśnie w Twoje ręce!

„Pewniaki maturalne” stworzyłam z myślą o osobach, które chcą skutecznie przygotować się do matury z matematyki bez przedzierania się przez setki przypadkowych zadań. Zamiast ogromnej liczby przykładów znajdziesz tutaj starannie wybrane typy zadań, które najczęściej pojawiają się na egzaminie maturalnym i które warto opanować w pierwszej kolejności.

Od ponad 13 lat przygotowuję maturzystów do egzaminu z matematyki. W tym czasie przeanalizowałam, rozwiązałam i stworzyłam tysiące zadań maturalnych. Dzięki temu udało mi się opracować proste i skuteczne schematy rozwiązywania zadań, które krok po kroku pokazuję w tej książce.

Mam nadzieję, że „Pewniaki maturalne” pomogą Ci uporządkować wiedzę, nabrać pewności siebie i osiągnąć wynik, z którego będziesz dumny.

Powodzenia na maturze!
Kornelia Duda

PS. Jeśli potrzebujesz dodatkowych wskazówek, materiałów i maturalnych trików, zapraszam na Instagram: @szachmat.korneliaduda

1.

-3

Π

0

***Liczby
rzeczywiste***

Wartość bezwzględna

Jak opuszczamy wartość bezwzględną?

Jeśli mamy pewność, że to, co jest w wartości bezwzględnej jest **większe lub równe zero**, opuszczamy wartość bezwzględną bez zmian.

Przykład:

$$|2| = 2, \text{ ponieważ } 2 \geq 0$$

$$|x| = x, \text{ jeśli } x \geq 0$$

Jeśli mamy pewność, że to, co jest w wartości bezwzględnej jest **mniejsze od zera**, opuszczamy wartość bezwzględną wstawiając minus przed liczbę z wartości bezwzględnej.

Przykład:

$$|-2| = -(-2) = 2, \text{ ponieważ } -2 < 0$$

$$|x| = -x, \text{ jeśli } x < 0$$

Potęga o wykładniku całkowitym i wymiernym

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{dla } n \in \mathbb{N} \text{ i } a \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{dla } a > 0, n \in \mathbb{N}, n > 1, m \in \mathbb{Z}$$

Działania na potęgach

Dla dowolnych liczb $a, b > 0$ i $r, s \in \mathbb{R}$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s} \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s} \quad (a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

Działania na pierwiastkach

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{dla } a, b \geq 0$$

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \quad \text{dla } a, b \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \quad \text{dla } a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}, \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, b \neq 0$$

Logarytmy

Niech $a > 0$ i $a \neq 1$. Logarytmem $\log_a b$ liczby $b > 0$ przy podstawie a nazywamy wykładnik c potęgi, do której należy podnieść a , aby otrzymać b :

$\log_a b = c$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a^c = b$

$$a^{\log_a b} = b$$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x > 0$, $y > 0$ oraz r prawdziwe są równości:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a (x : y) = \log_a x - \log_a y$$

$$r \cdot \log_a x = \log_a x^r$$

Zbiory liczb

Liczby rzeczywiste $\mathbb{R}$

Przykłady: $\{-18; 3; 0; \frac{1}{2}; \sqrt{3}; -\pi; 0, (3), 11,2\}$

Liczby wymierne $\mathbb{Q}$

Przykłady: $\{-2; 0; 1; \frac{1}{8}; 0, (3); 14,7\}$

Liczby całkowite $\mathbb{Z}$

Przykłady: $\{-18; 0; 3; 11; -7\}$

Liczby naturalne $\mathbb{N}$

Przykłady: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Liczby niewymierne $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

Przykłady: $\{-\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi\}$

1. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt{392} - \sqrt{2}$ jest równa:

- A. 14 B. 0 C. $13\sqrt{2}$ D. $\sqrt{390}$

2. Dokończ zdanie. Wybierz **dwie** właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Liczba $\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{27}$ jest równa:

- A. $3\sqrt[6]{3}$ B. $\sqrt[9]{81}$ C. $\sqrt[18]{81}$ D. $\sqrt[6]{3^7}$ E. 9

3. Dokończ zdanie. Wybierz **dwie** właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{54^5}{9^{-3} \cdot 6^2}$ jest równe:

- A. 54^4 B. $9^2 \cdot 6^3$ C. $6^2 \cdot 9^7$ D. $9^8 \cdot 6^3$ E. $3^{19} \cdot 2^3$ F. $3^{13} \cdot 2^3$

4. Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz uzasadnienie tej odpowiedzi 1., 2. albo 3.

Wartość wyrażenia $\left(4 + 2 \cdot \sqrt{9} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{3}$ jest:

A.	Naturalna,	ponieważ	1.	$\sqrt{3} \in (R \setminus Q).$
B.	Całkowita,		2.	$\sqrt{6} - \sqrt{3} \in Q.$
C.	Niewymierna,		3.	$\sqrt{6} - \sqrt{3} \in (R \setminus Q).$

5. Liczba $3\log 5 + \log 10$ jest równa:

- A. $3\log 50$ B. $\log 125 + 1$ C. $\log 150$ D. $\log 135$

6. Dokończ zdanie. Zaznacz **dwie** poprawne odpowiedzi spośród podanych.

Liczba $3\log_{\sqrt[3]{3}} \left[\left(\sqrt[3]{3} \right)^6 \cdot \left(\sqrt[3]{3} \right)^{12} \cdot \left(\sqrt[3]{3} \right)^{15} \right]$ jest równa:

- A. 11 B. $\log_{\sqrt[3]{3}} [3^{33}]$ C. 99 D. 33 E. 45 F. $3\log_{\sqrt[3]{3}} [3^{1080}]$

7. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem równania $|x + 3| = 12$ są liczby:

- A. 3, 12 B. -3, 12 C. 9, -15 D. 15, -15

8. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem równania $|x - 6| = -3$ jest:

- A. 3 i 9 B. 6 i 9 C. -6 i -3 D. zbiór pusty

9. Karol zaoszczędził 30 000 zł. Postanowił włożyć te pieniądze na lokatę, która jest oprocentowana 6% w skali roku. Bank nalicza odsetki raz w roku i dolicza je do kapitału początkowego. Dokończ zdanie. Wybierz **dwie** odpowiedzi spośród podanych.

Wartość kapitału Karola po 10 latach wyniesie:

A. $30\,000(1 + 0,06)^{10}$ zł

B. $30\,000(1 + 0,006)^{10}$ zł

C. $30\,000(1 + 0,6)^{10}$ zł

D. 50 684,37 zł

E. 53 725,43 zł

F. 56 948,96 zł

10. Wpłacając 15 000 zł na lokatę terminową roczną oprocentowaną 4% w skali roku, z kwartalną kapitalizacją odsetek, po roku **zysk** z lokaty wyniesie:

A. $15\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^4$ zł

B. $\left[15\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^4 - 15\,000\right]$ zł

C. $15\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,4}{4}\right)^4$ zł

D. $[15\,000 \cdot 1,04 \cdot 4 - 1500]$ zł

1. Odpowiedź: C

Rozwiązanie:

Wykonujemy rozkład liczby 392 na czynniki pierwsze:

$$\begin{array}{r|l}
 392 & 2 \\
 196 & 2 \\
 98 & 2 \\
 49 & 7 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

Ponieważ pierwiastek jest stopnia drugiego, zapisujemy liczbę 392 jako iloczyn liczb, używając (tam, gdzie jest to możliwe) potęgi drugiej:

$$\begin{aligned}
 392 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 2 \cdot 7^2 \\
 \sqrt{392} &= \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 7^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7^2} \\
 \sqrt{392} &= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 7 = 14\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{392} - \sqrt{2} &= \\
 = 14\sqrt{2} - \sqrt{2} &= 13\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

2. Odpowiedź: A i D

Rozwiązanie:

Część I

$$\begin{aligned}
 \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{27} &= \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = \\
 &= \sqrt[6]{3} \cdot 3 = 3\sqrt[6]{3}
 \end{aligned}$$

Część II

$$\begin{aligned}
 3^{\frac{1}{6}} \cdot 3^1 &= \\
 = 3^{\frac{1}{6}+1} &= 3^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{3^7}
 \end{aligned}$$

3. Odpowiedź: D i E

Rozwiązanie:

Część I

$$\begin{aligned}\frac{54^5}{9^{-3} \cdot 6^2} &= \frac{(9 \cdot 6)^5}{9^{-3} \cdot 6^2} = \\ &= \frac{9^5 \cdot 6^5}{9^{-3} \cdot 6^2} = 9^{5-(-3)} \cdot 6^{5-2} = \\ &= 9^8 \cdot 6^3\end{aligned}$$

Część II

$$\begin{aligned}9^8 \cdot 6^3 &= \\ &= (3^2)^8 \cdot (2 \cdot 3)^3 = \\ &= 3^{16} \cdot 2^3 \cdot 3^3 = \\ &= 3^{19} \cdot 2^3\end{aligned}$$

4. Odpowiedź: C. 3.

Rozwiązanie:

$$\begin{aligned}\left(4 + 2 \cdot \sqrt{9} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{3} &= \\ &= (4 + 2 \cdot 3 - (2)^2)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{3} = \\ &= (4 + 6 - 4)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{3} = \\ &= 6^{\frac{1}{2}} - \sqrt{3} = \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{3}\end{aligned}$$

Zbiór liczb niewymiernych to różnica zbiorów liczb rzeczywistych i liczb wymiernych, czyli $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$. Ponieważ $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ jest liczbą niewymierną, należy do zbioru $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$.

5. Odpowiedź: B

Rozwiązanie:

Stosujemy wzór:

$$r \cdot \log_a x = \log_a x^r$$

Zauważamy, że w podstawie $\log 10$ jest liczba 10 (jest to logarytm dziesiętny), zatem:

$$\begin{aligned} 3\log 5 + \log 10 &= \\ &= \log 5^3 + \log 10 = \\ &= \log 125 + 1 \end{aligned}$$

6. Odpowiedź: B i C

Rozwiązanie:

W nawiasie kwadratowym wszędzie w podstawach potęg mamy $\sqrt[3]{3}$, więc w tym przypadku możemy zsumować potęgi, tak jak we wzorze:

$$\begin{aligned} a^r \cdot a^s &= a^{r+s} \\ 3\log_{\sqrt[3]{3}} \left[\left(\sqrt[3]{3} \right)^6 \cdot \left(\sqrt[3]{3} \right)^{12} \cdot \left(\sqrt[3]{3} \right)^{15} \right] &= \\ &= 3\log_{\sqrt[3]{3}} \left[\left(\sqrt[3]{3} \right)^{33} \right] \end{aligned}$$

Liczbę $\sqrt[3]{3}$ zapisujemy jako $3^{\frac{1}{3}}$ zgodnie ze wzorem:

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^m} &= a^{\frac{m}{n}} \\ \sqrt[3]{3} &= \sqrt[3]{3^1} = 3^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Zatem:

$$\begin{aligned} 3\log_{\sqrt[3]{3}} \left[\left(\sqrt[3]{3} \right)^{33} \right] &= 3\log_{\sqrt[3]{3}} \left[\left(3^{\frac{1}{3}} \right)^{33} \right] = \\ &= 3\log_{\sqrt[3]{3}} [3^{11}] = \log_{\sqrt[3]{3}} [3^{11}]^3 = \log_{\sqrt[3]{3}} [3^{33}] \quad (\text{Odpowiedź: B}) \\ \left(\sqrt[3]{3} \right)^x &= 3^{33} \end{aligned}$$

Rozwiązanie zadania 6. – c.d.:

$$\log_{\sqrt[3]{3}}[3^{33}] = x$$

$$\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^x = 3^{33}$$

$$3^{\frac{1}{3}x} = 3^{33}$$

$$\frac{1}{3}x = 33$$

$$x = 33 : \frac{1}{3}$$

$$x = 33 \cdot 3$$

$$x = 99 \text{ (Odpowiedź: C)}$$

7. Odpowiedź: C

Rozwiązanie:

Równania z wartością bezwzględną zawsze opuszczamy dwa razy:

$$\begin{aligned}(1) \quad |x + 3| &= 12 \\ x + 3 &= 12 \\ x &= 12 - 3 \\ x &= 9\end{aligned}$$

Za drugim razem opuszczamy znak wartości bezwzględnej zmieniając znak liczby po prawej stronie na przeciwny:

$$\begin{aligned}(2) \quad |x + 3| &= 12 \\ x + 3 &= -12 \\ x &= -15\end{aligned}$$

8. Odpowiedź: D

Rozwiązanie:

Wartość bezwzględna nie może dać liczby ujemnej, zatem rozwiązaniem tego równania jest zbiór pusty (brak rozwiązań).

9. Odpowiedź: A i E

Rozwiązanie:

Dane:

30 000 zł – początkowa kwota, którą Karol zaoszczędził (K_0)

6% – roczne oprocentowanie ($p\%$)

10 lat – czas trwania lokaty (n)

Bank nalicza odsetki raz w roku, zatem korzystamy ze wzoru:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Podstawiając odpowiednie wartości do wzoru, otrzymujemy:

$$K_{10} = 30\,000 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{10}$$

$$K_{10} = 30\,000 \cdot (1 + 0,06)^{10}$$

Aby obliczyć dokładną wartość powyższej liczby, należy na kalkulatorze prostym dodać 1 i 0,06.

Otrzymamy 1,06.

Następnie trzeba wybrać znak mnożenia i nacisnąć na znak „=” dziewięć razy – dzięki temu uzyskamy dziesiątą potęgę liczby 1,06.

Uzyskany wynik mnożymy przez 30 000 i zaokrąglamy do drugiego miejsca po przecinku, uzyskując 53 725,43.

$$K_{10} = 53\,725,43 \text{ zł}$$

10. Odpowiedź: B

Rozwiązanie:

Dane:

15 000 zł – kapitał początkowy (K_0)

4% – oprocentowanie w skali roku ($p\%$)

4 – liczba kapitalizacji w ciągu roku (m)

1 rok – liczba lat oszczędzania (n)

Wzór na procent składany i kapitalizację odsetek:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{m \cdot n}$$

Po wstawieniu danych, otrzymujemy ogólny stan konta po roku oszczędzania na lokacie, czyli sumę wpłaconej kwoty i naliczonych odsetek.

$$K_1 = 15000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^{1 \cdot 4}$$

$$K_1 = 15000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^4$$

Aby otrzymać sam zysk z lokaty, należy odjąć wpłaconą na początku kwotę 15 000 zł.

$$K_1 = 15000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^4 - 15000$$

To dopiero początek!

Właśnie masz za sobą pierwszy dział „Pewniaków maturalnych” – Liczby rzeczywiste.

W pełnej wersji książki czeka na Ciebie 236 stron konkretnego przygotowania do matury:

- 120 starannie wybranych zadań w formie zbliżonej do matury,
- pełne rozwiązanie krok po kroku do każdego zadania – również zadań zamkniętych,
- wstęp teoretyczny przed każdym działem, który przypomni Ci najważniejsze informacje,
- 12 działów maturalnych – od liczb rzeczywistych, przez funkcje, ciągi i trygonometrię, aż po geometrię, kombinatorykę i optymalizację,
- kartę wzorów, których brakuje w tablicach CKE.

Nie musisz rozwiązywać setek przypadkowych zadań.

Skup się na tych typach, które naprawdę warto umieć na maturze.

**Chcesz przejść przez wszystkie Pewniaki?
Sięgnij po pełną wersję „Pewniaków maturalnych”
i przygotuj się ze mną do matury 2027.**

Kornelia Duda
SzachMat! Matura z matematyki

Pewniaki maturalne

Dla kogo przeznaczony jest ten zbiór zadań?

Zbiór zadań został stworzony z myślą o osobach, które pragną szybko i efektywnie przygotować się do matury z matematyki na poziomie podstawowym. Idealnie sprawdzi się dla uczniów chcących poznać najważniejsze zagadnienia maturalne i w krótkim czasie opanować maksymalną ilość materiału. To także doskonałe narzędzie dla tych, którzy chcą zweryfikować swoją wiedzę i upewnić się, że są dobrze przygotowani.

Co znajdziesz w zbiorze zadań?

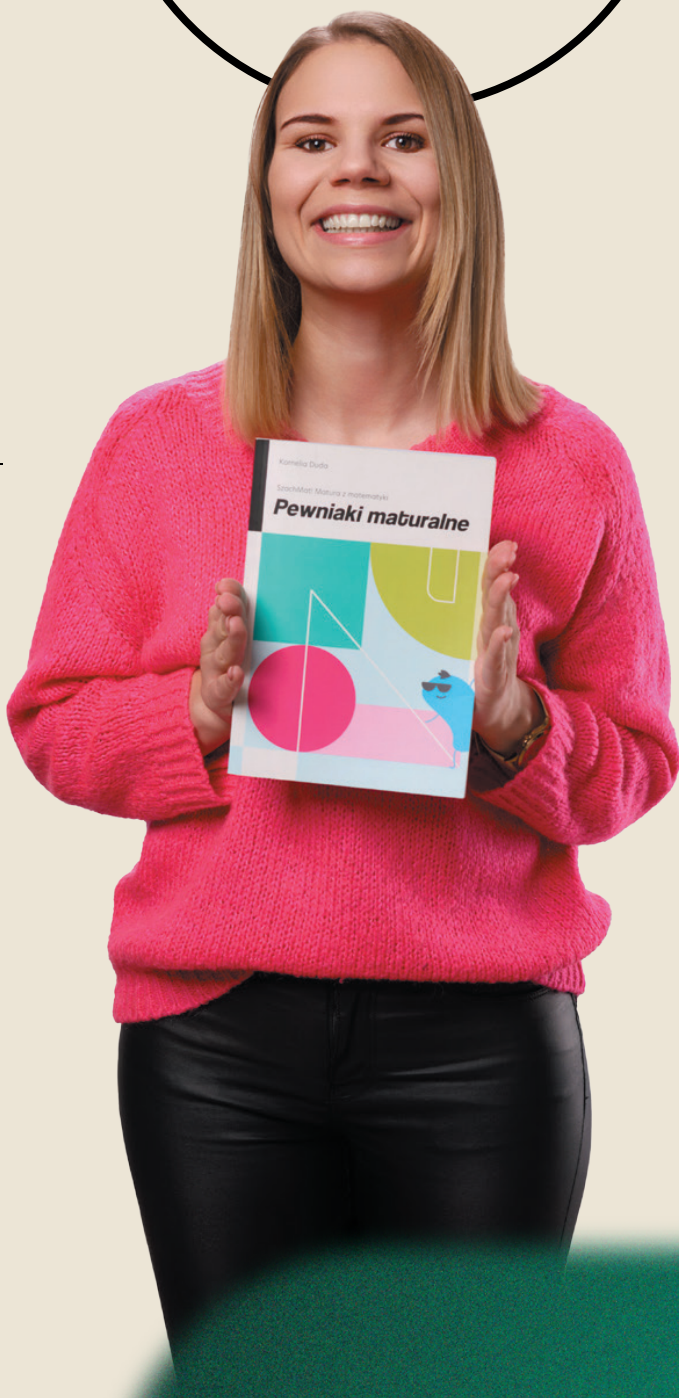
Zbiór zawiera **120 zadań**, skonstruowanych w sposób podobny do tych, które pojawiają się w oficjalnych arkuszach maturalnych. Każde zadanie (także zadania zamknięte) zawiera **PEŁNE ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU**. W tym zbiorze skupiamy się na zadaniach, które z największym prawdopodobieństwem mogą pojawić się w arkuszu maturalnym CKE. W książce znajdziesz również **KARTĘ WZORÓW** potrzebnych na maturze, które nie są zawarte w standardowych tablicach matematycznych CKE. To praktyczne ułatwienie, które pomoże Ci w szybszym rozwiązywaniu zadań. Dodatkowo każdy dział zawiera **WSTĘP TEORETYCZNY**.

Dlaczego warto wybrać ten zbiór?

Na rynku jest wiele książek, które nie zawierają kompletnych rozwiązań do zadań, co w erze łatwego dostępu do Internetu tylko komplikuje naukę. Szukanie odpowiedzi na forach czy YouTube to strata cennego czasu. W tym zbiorze każde zadanie ma pełne, szczegółowe rozwiązanie, które nie tylko pokazuje, jak rozwiązać zadanie, ale również uczy kluczowych schematów, pomagając lepiej zrozumieć i zapamiętać materiał.

 **Pełne wsparcie do matury 2027 w kursie. Zeskanuj i sprawdź!**

www.oferta.kursydomatury.pl/matematyka/



ISBN 978-83-957181-3-7



9 788395 718137